

УДК 372.851

Анастасия Андреевна Носкова
Владимир Юрьевич Бодряков
г. Екатеринбург

Формирование функциональной математической грамотности обучающихся основной общей школы в процессе усвоения основ математического моделирования

Аннотация. Как свидетельствуют данные мониторинговых исследований, поиск доказательно результативных дидактических средств для формирования функциональной математической грамотности (ФМГ) у обучающихся на разных уровнях системы образования остается актуальной задачей. В работе обсуждаются возможности формирования ФМГ у обучающихся основной общей школы при решении практико-ориентированных задач и усвоении основ математического моделирования. Выдвигается и обосновывается положение о том, что целенаправленная работа по усвоению основ математического моделирования реальных объектов, явлений, процессов в основной общей школе может стать действенным механизмом формирования ФМГ. Исследование составили: анализ психолого-педагогической литературы по теме и опытно-поисковая работа. Последняя включала первичную диагностику уровня сформированности ФМГ у девятиклассников МАОУ СОШ № 3 г. Богданович Свердловской области, разработку и внедрение системы практико-ориентированных заданий, структурированных по уровню сложности моделирования, повторную диагностику. Статистическая обработка данных показала, что систематическое прохождение с учащимися полного цикла математического моделирования (от анализа контекста до интерпретации результата) позволило существенно повысить долю школьников, успешно справившихся с наиболее проблемным этапом формализации задачи – с 30-35% до 75%. Сделан вывод об результативности предложенного подхода и перспективности дальнейшей работы с задачами, содержащими избыточные или недостающие данные.

Ключевые слова: математическое моделирование, основная общая школа, практико-ориентированные задачи, функциональная математическая грамотность.

Anastasia Andreevna Noskova
Vladimir Yuryevich Bodryakov
Yekaterinburg

Formation of functional mathematical literacy in secondary school students while mastering the fundamentals of mathematical modeling

According to monitoring studies, the search for evidence-based, effective teaching tools for developing functional mathematical literacy (FML) in students at various levels of the education system remains a pressing issue. The article discusses the potential for developing FML in secondary school students through solving practice-oriented problems and mastering the fundamentals of mathematical modeling. It is proposed and substantiated that targeted work on mastering the fundamentals of mathematical modeling of real objects, phenomena and processes in secondary schools can become an effective mechanism for developing FML. The study included an analysis of relevant psychological and pedagogical literature and experimental research. The latter included an initial assessment of FML development in ninth-graders at Secondary School No. 3 in Bogdanovich, Sverdlovsk Region, the development and implementation of a system of practice-oriented assignments structured by modeling complexity and repeated assessments. Statistical data analysis revealed that systematically teaching students the full cycle of mathematical modeling (from context analysis to result interpretation) significantly increased the proportion of students who successfully completed the most challenging stage of problem formalization – from 30-35% to

75%. A conclusion was reached regarding the effectiveness of the proposed approach and the potential for further work with problems containing redundant or missing data.

Keywords: mathematical modeling, basic general school, practice-oriented tasks, functional mathematical literacy.

Введение

Современная образовательная политика все больше ориентируется на результат, выраженный не в объеме «пройденных» в школе тем, а в способности выпускника применять знания за пределами учебного класса. Эта способность, обозначаемая как функциональная грамотность, становится важнейшим показателем качества обучения. В математическом образовании проблема формирования функциональной математической грамотности (ФМГ) стоит особенно остро, учитывая распространенное мнение об оторванности предмета от реальной жизни.

Цель данной статьи заключается в том, чтобы показать, что целенаправленная работа по усвоению основ математического моделирования (ММ) реальных (или представляемых таковыми) объектов, явлений, процессов в основной общей школе может стать ключевым механизмом развития у учащихся ФМГ, то есть умения использовать математику для решения практических задач в жизни.

Сущность общей функциональной грамотности раскрыта в определении А.А. Леонтьева, который видел в ней способность человека «использовать все постоянно приобретаемые в течение жизни знания, умения и навыки для решения максимально широкого диапазона жизненных задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений» [11]. В соответствии с концепцией PISA, «математическая грамотность – это способность индивидуума формулировать, применять и интерпретировать математику в разнообразных контекстах. Она включает математические рассуждения, использование математических понятий, процедур, фактов и инструментов для описания, объяснения и предсказания явлений». Иными словами, функциональная математическая грамотность – это и есть умение применять математику в различных контекстах реальной жизни [14]. Систематическое изучение проблемы формирования ФМГ, в том числе с применением цифровых инструментов, в урочной и внеурочной деятельности, с выполнением лабораторных работ по математике, нашло отражение в публикациях методистов-исследователей УрГПУ [1-5, 9, 15].

Однако данные мониторинговых исследований, таких как международное исследование PISA [17] и отечественное НИКО [13], свидетельствуют о том, что у российских школьников ФМГ развита недостаточно; явно недостаточны умения самостоятельно и грамотно действовать в новых ситуациях из реального мира [12]. Особые трудности учащиеся испытывают на этапе перевода практической проблемы на язык математики, то есть на этапе построения модели. Это указывает на слабую сформированность именно навыков математического моделирования.

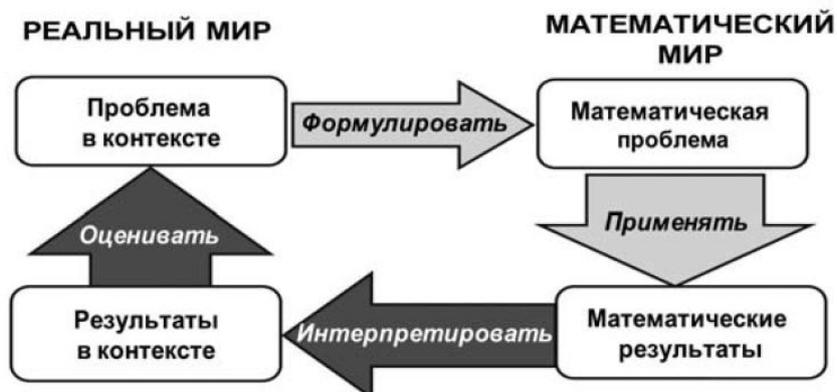


Рис. 1. Базовый цикл математического моделирования = схема ФМГ (PISA)

Математическое моделирование в школе можно представить как цикл (рис. 1): от идентификации проблемы реального мира и выделения ее ключевых параметров до построения математической конструкции (формулы, уравнения, схемы), ее исследования и, наконец, интерпретации результата применительно к исходным условиям. Этот процесс составляет основу работы с практико-ориентированными задачами, которые становятся ключевым инструментом развития ФМГ. В таких задачах отражены реальные проблемные ситуации, решаемые средствами школьной математики [6, 10]. Нередко эти задачи содержат избыточные или противоречивые данные, требуют выделения существенного и не имеют готового алгоритма решения, что и стимулирует развитие математического мышления.

Для системного формирования соответствующих умений важно выстраивать работу поэтапно, начиная с 5-6 классов. Эффективным представляется подход, основанный на дифференциации задач по уровню сложности моделирования [12]. Крайне важен начальный этап работы с задачей – этап понимания ее условия. Помочь ученику преодолеть барьер между текстом и реальной ситуацией, может прием драматизации; это может быть «инсценировка проблемной ситуации условия, замена некоторых числовых данных другими, более наглядными, введение «удобных» единиц» [16]. Такой подход делает условие задачи живее и понятнее, помогает ученику эмоционально включиться в поиск решения. После получения формального ответа не менее важна его содержательная интерпретация.

В современной школе невозможно обойтись без цифровых технологий, которые открывают новые возможности для наглядного и исследовательского моделирования [7, 8]. Специализированное программное обеспечение, такое как динамические геометрические среды, позволяет визуализировать сложные зависимости, ставить численные эксперименты и проверять гипотезы. Цифровые средства становятся мощным помощником на всех этапах работы с моделью.

Исследовательская часть

Опытная работа по формированию функциональной математической грамотности была организована в 2024/2025 учебном году на базе двух 9-х классов (общей численностью 40 обучающихся) муниципального общеобразовательного учреждения средней общеобразовательной школы № 3 г. Богданович Свердловской области. Школа – общеобразовательная с более чем 80-летней историей, реализующая программы начального, основного и среднего общего образования. Школа ориентирована на подготовку обучающихся к современным вызовам, включая развитие цифровых компетенций. В части математического образования кадровый состав включает 5 учителей математики, в том числе 1 учитель имеет высшую квалификационную категорию. Работа школы по формированию функциональной математической грамотности: участие в проектной деятельности, повышение квалификации учителей математики при прохождении курсов по формированию ФМГ; проведение «Недели математики» с кейс-задачами (например, «Рассчитай бюджет класса», «Спроектируй школьный двор» и т.д.). Сохраняющиеся, тем не менее, педагогические дефициты в 9-х классах в части ФМГ обусловлены недостатком качественных практико-ориентированных заданий, слабым развитием метапредметных умений обучающихся, недостаточным использованием цифровых инструментов, низкой мотивацией к применению математики для решения задач реального мира и несистемной диагностикой уровня ФМГ (школа не проводит регулярных внутренних мониторингов ФМГ, выполняемые контрольные работы проверяют предметные знания по математике, а не умение применять их на практике). Закономерен вывод о необходимости осмысления и совершенствования существующих методик формирования ФМГ.

Исследование проводилось в три взаимосвязанных этапа в рамках изучения тем, связанных с применением линейных и квадратичных функций, а также процентных расчетов, что позволило органично интегрировать эксперимент в учебный процесс.

На первом, диагностическом этапе (сентябрь 2024 г.), была проведена входная диагностика. Учащимся предложили серию из 5 практико-ориентированных задач разного

уровня контекстуализации (от условно-бытовых до приближенных к реальным социально-экономическим ситуациям). Задачи были направлены на выявление умения выделять математическое содержание в тексте, строить простейшие модели (уравнения, формулы зависимости) и интерпретировать полученный числовой ответ. Примеры задач:

1. Задача о встречном движении мотоциклистов.

Два мотоциклиста выехали одновременно из городов A и B навстречу друг другу. Через час они встретились и, не останавливаясь, продолжили двигаться с той же скоростью. Один из них прибыл в город A на 35 мин раньше, чем второй – в город B . Найдите скорость каждого мотоциклиста, если расстояние между городами составляет 140 км.

Характеристика задачи:

- **Тип:** текстовая задача на движение (встречное движение).
- **Контекст:** реальная жизненная ситуация (перемещение между населёнными пунктами).
- **Сложность:** средняя (требуется составление системы уравнений, аккуратная работа с единицами времени, скорости, расстояния).
- **Ключевые элементы:** скорость, время, расстояние; перевод минут в часы; система уравнений.

Формируемые компоненты ФМГ:

- **Когнитивный:** знание формул движения, умение выражать переменные.
- **Деятельностный:** составление математической модели (системы уравнений), решение системы, интерпретация результата.
- **Прогностический:** понимание, как математика описывает реальные процессы перемещения.
- **Рефлексивный:** проверка корректности единиц измерения, анализ логичности ответа.

2. Задача о движении теплохода по течению реки и против.

Теплоход прошёл по течению реки 100 км и против течения 64 км за 9 ч. За это же время он мог пройти 80 км по течению и 80 км против течения. Найдите собственную скорость реки.

Характеристика:

- **Тип:** текстовая задача на движение по воде (с учётом течения).
- **Контекст:** транспортная логистика, речное судоходство.
- **Сложность:** высокая (два сценария движения, необходимость введения переменных для скорости теплохода и течения).
- **Ключевые элементы:** собственная скорость, скорость по течению/против течения, суммарное время.

Формируемые компоненты ФМГ:

- **Когнитивный:** понимание зависимости скорости от направления движения по реке.
- **Деятельностный:** построение двух математических моделей, решение системы уравнений, сравнение сценариев.
- **Прогностический:** осознание влияния природных факторов (течения) на транспортные процессы.
- **Рефлексивный:** анализ реалистичности найденной скорости течения.

3. Задача о сосудах с кислотой.

Есть два сосуда. Первый сосуд содержит 30 кг кислоты, второй 20 кг кислоты. Если содержимое этих сосудов смешать, то получится раствор с 68% кислоты. Если смешать равные по массе растворы из сосудов, то получится 70% раствор. Сколько % кислоты содержится в первом сосуде?

Характеристика:

- **Тип:** текстовая задача на смеси и концентрации.
- **Контекст:** химическая лаборатория, производство.

- **Сложность:** высокая (два условия смешивания, система уравнений с процентами).
- **Ключевые элементы:** масса раствора, концентрация, процентное содержание, система уравнений.
- **Формируемые компоненты ФМГ:**
- **Когнитивный:** понимание процентной концентрации, умение составлять уравнения для смесей.
- **Деятельностный:** перевод условий в математические соотношения, решение системы уравнений, работа с процентами.
- **Прогностический:** применение математики в химических расчётах.
- **Рефлексивный:** проверка, что концентрация лежит в допустимых пределах (0–100%).

4. Задача об изменении содержания соли в растворе.

Было 300 г 6%-го раствора соли. Через некоторое количество времени из-за испарения воды масса раствора уменьшилась на 50 г. Сколько соли осталось в растворе и какой стала его процентная концентрация?

Характеристика:

- **Тип:** текстовая задача на концентрацию (испарение).
- **Контекст:** бытовые и лабораторные ситуации (выпаривание растворов).
- **Сложность:** низкая–средняя (одно действие, но требуется понимание, что масса соли не меняется).
- **Ключевые элементы:** масса раствора, масса соли, процентная концентрация.
- **Формируемые компоненты ФМГ:**
- **Когнитивный:** знание, что при испарении меняется только масса растворителя.
- **Деятельностный:** вычисление массы соли до испарения, интерпретация результата.
- **Прогностический:** применение математики в бытовых химических процессах.
- **Рефлексивный:** проверка, что итоговая концентрация логична (не превышает 100%).

5. Задача о настижении преследователем цели.

Цель движется со скоростью 7 м/с по прямой линии. Преследователь находится в начале координат и движется со скоростью 9 м/с. Преследователь направляет своё движение прямо на текущее положение цели (метод погони). Определите, через какое время преследователь догонит цель, если в начальный момент расстояние между ними равно 50 м, а направления скоростей перпендикулярны.

Прим. Построенную математическую модель рекомендуется реализовать на компьютере.

Характеристика:

- **Тип:** текстовая задача на сложное движение (криволинейная траектория).
- **Контекст:** прикладная механика, робототехника, военное дело.
- **Сложность:** высокая (нестандартная модель движения, требуется интуитивное понимание относительных скоростей).
- **Ключевые элементы:** относительное движение, время до встречи, равномерное прямолинейное движение цели, равномерное криволинейное движение преследователя.
- **Формируемые компоненты ФМГ:**
- **Когнитивный:** понимание относительных скоростей, умение анализировать движение в системе отсчёта.
- **Деятельностный:** моделирование ситуации, оценка времени до встречи.
- **Прогностический:** применение математики в задачах управления и навигации.
- **Рефлексивный:** анализ, почему преследователь догоняет цель (его скорость выше).

Анализ результатов показал ожидаемую картину: около 70% учащихся успешно справились с вычислениями по готовым формулам, но лишь 30-35% смогли самостоятельно

перевести условие задачи в математическую форму, особенно в случаях с избыточными данными или необходимостью введения собственных переменных. Это четко обозначило «болеву точку» – этап формализации реальной ситуации.

Основной, формирующий этап (октябрь 2024 – февраль 2025 гг.) представлял собой цикл занятий, встроенных в тематическое планирование. Темы проведенных занятий: «Числа и вычисления. Действительные числа», «Уравнения и неравенства. Уравнения с одной переменной», «Уравнения и неравенства. Системы уравнений», «Уравнения и неравенства. Неравенства».

Ключевым элементом стала специально разработанная подборка из 8 практико-ориентированных задач, структурированных по нарастанию сложности моделирования:

– Задачи с явно заданной математической структурой (например, на выбор оптимального тарифа связи по готовым формулам).

– Задачи, требующие незначительной доработки модели (например, расчет бюджета мероприятия с учетом переменных статей расходов).

– Задачи-ситуации с избыточными или недостающими данными, требующие их оценки, отбора или разумного предположения (например, планирование накоплений с учетом изменяющегося дохода).

– Мини-проекты, предполагающие сбор или оценку исходных параметров самими учащимися (например, расчет стоимости отопления квартиры на основе реальных счетов и нормативов).

На каждом занятии работа строилась по схеме базового цикла моделирования (см. рис. 1). Особое внимание уделялось первым шагам. Практиковался коллективный «разбор» текста задачи: выделение ключевых объектов и величин, обсуждение их взаимосвязей, отсеивание несущественной информации, перевод бытовых формулировок («подрабатывать по выходным», «тратить в среднем») в строгие математические понятия (переменная, процент, среднее значение). Активно использовался прием драматизации – например, при решении задачи о планировании маршрута и бюджета поездки, ученики вживались в роли путешественников, обсуждая, какие статьи расходов являются обязательными, а какие – переменными, как заложить «финансовую подушку». Это помогало преодолеть барьер отчужденности условия.

На этапе исследования построенной модели сознательно сочетаются аналитические методы и цифровые инструменты. Учащиеся не только решали уравнения, но и строили графики зависимостей в табличном процессоре, наблюдая, например, как изменение одного параметра влияет на итоговый срок накоплений. Это превращало решение в небольшое исследование. Финальный этап – интерпретация результатов – был обязательным: обсуждалось, реалистичен ли полученный ответ, что он означает в контексте задачи, какие допущения были сделаны и как они повлияли на итог.

Контрольный этап (март 2025 г.) включал итоговую (повторную) диагностику, аналогичную входной (первичной) по структуре, но с другим предметным содержанием. Сравнительный анализ результатов выявил положительную динамику. Доля учащихся, успешно справлявшихся с этапом построения модели (формализации), возросла с 30-35% до примерно 75%. Качественно улучшились и рассуждения школьников: в работах стало меньше попыток механически подставить числа в первую попавшуюся формулу, больше попыток анализа условия и построения логической цепочки. Однако сохранились трудности в работе с задачами третьего типа (с избыточными/недостающими данными), что указывает на необходимость более длительной и системной работы именно с такими, наиболее аутентичными, контекстами.

Заключение

Таким образом, опытная работа продемонстрировала, что системное применение практико-ориентированных задач, построенных вокруг цикла математического моделирования и реализуемых через четкую пошаговую методику, является эффективным инструментом развития функциональной математической грамотности. Критически важным

оказалось целенаправленное внимание к до-математическому этапу анализа контекста и к после-математическому этапу содержательной интерпретации, что требует от учителя пересмотра приоритетов с вычисления на осмысленное моделирование.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Аввакумова, И.А. Средства формирования функциональной математической грамотности в процессе подготовки исследовательских проектов по математике / И.А. Аввакумова, Д.А. Богданова. – Текст : электронный // Учёные записки Шадринского государственного педагогического университета : сетевой науч. журн. – 2025. – № 4 (10). – URL: <https://uzshspu.ru/journal/article/view/347> (дата обращения: 11.01.2026).
2. Бодряков, В.Ю. Обучение решению модельных профессионально-ориентированных задач как способ формирования функциональной математической грамотности студентов колледжей медицинского профиля / В.Ю. Бодряков, М.Ю. Епанчинцев, А.С. Кузнецова. – Текст : непосредственный // Педагогическое образование в России. – 2020. – № 6. – С. 87–102.
3. Бодряков, В.Ю. Усвоение фундаментальных математических понятий в процессе выполнения лабораторных работ по математике / В.Ю. Бодряков. – Текст : непосредственный // Математика в школе. – 2023. – № 7. – С. 20–28.
4. Бодряков, В.Ю. Формирование межпредметной функциональной грамотности обучающихся в период летнего отдыха / В.Ю. Бодряков. – Текст : непосредственный // Математика в школе. – 2024. – № 2. – С. 54–62.
5. Воронина, Л.В. Формирование у младших школьников функциональной математической грамотности / Л.В. Воронина, О.Н. Хабибуллина. – Текст : непосредственный // Педагогическое образование в России. – 2024. – № 1. – С. 54–64.
6. Денищева, Л.О. Особенности формирования и оценки математической грамотности школьников / Л.О. Денищева, Н.В. Савинцева, И.С. Садуанов, А.В. Ушаков, В.А. Чугунов, Ю.А. Семеняченко. – Текст : непосредственный // Science for Education Today. – 2021. – Т. 11, № 4. – С. 113–135.
7. Дербеденева, Н.Н. Формирование математической грамотности школьников с использованием цифровых образовательных платформ / Н.Н. Дербеденева, О.А. Аникина, И.А. Шляхтина. – Текст : непосредственный // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2025. – Вып. 2 (66). – С. 92–99.
8. Дорофеев, А.В. Формирование функциональной грамотности школьников на уроках математики / А.В. Дорофеев, О.В. Одинокова. – Текст : непосредственный // Вестник БГПУ им. М. Акмуллы. – 2022. – № 1-3 (62). – С. 181–186.
9. Дударева, Н.В. Модель формирования функционально-математической грамотности в процессе обучения математике / Н.В. Дударева, Е.А. Утюмова. – Текст : непосредственный // Педагогическое образование в России. – 2021. – № 4. – С. 14–25.
10. Егупова, М.В. Практико-ориентированное обучение математике в школе: проблемы и перспективы научных исследований / М.В. Егупова. – Текст : непосредственный // Наука и школа. – 2022. – № 4. – С. 85–95.
11. Леонтьев, А.А. Образовательная система «Школа 2100». Педагогика здравого смысла / А.А. Леонтьев ; под ред. А.А. Леонтьева. – Москва : Баласс, 2003. – 367 с. – Текст : непосредственный.
12. Новикова, О.Н. Структурно-функциональная модель формирования математической грамотности при обучении школьников 5–6 классов решению практико-ориентированных задач / О.Н. Новикова. – Текст : непосредственный // Педагогическое образование в России. – 2025. – № 1. – С. 122–131.
13. Результаты общероссийской оценки по модели международных исследований качества образования – 2023. Часть I. – Текст : электронный // Федеральный институт оценки качества образования. – URL: https://klnvmu.mil.ru/upload/site195/document_file/p8PnBiFCMc.pdf (дата обращения: 22.12.2025).

14. Рослова, Л.О. Функциональная математическая грамотность: что под этим понимать и как формировать / Л.О. Рослова. – Текст : непосредственный // Педагогика. – 2018. – № 10. – С. 48–56.
15. Семенова, И.Н. Исследование задачного материала для оценки возможности надёжного формирования функциональной математической грамотности на основе анализа определения понятия / И.Н. Семенова, Е.А. Шорохов. – Текст : непосредственный // Вестник Шадринского государственного педагогического университета. – 2023. – № 3(59). – С. 81–94.
16. Царева, С.Е. Обучение решению текстовых задач, ориентированное на формирование учебной деятельности младших школьников : монография / С.Е. Царева. – Новосибирск : НГПУ, 1998. – 136 с. – Текст : непосредственный.
17. PISA 2018 Results (Volume I): What Students Know and Can Do : report // OECD : site. – URL: <https://doi.org/10.1787/5f07c754-en>. (дата обращения: 22.12.2025).

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ:

А.А. Носкова, студентка 5 курса, направление подготовки «Педагогическое образование. Математика», ФГАОУ ВО «Уральский государственный педагогический университет», г. Екатеринбург, Россия, e-mail: nastyavodol@mail.ru.

В.Ю. Бодряков, доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой высшей математики и методики обучения математике, ФГАОУ ВО «Уральский государственный педагогический университет», г. Екатеринбург, Россия, e-mail: bodryakovvyu@yandex.ru.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS:

A.A. Noskova, Student, field of training “Pedagogical Education. Mathematics”, Ural State Pedagogical University, Yekaterinburg, Russia, e-mail: nastyavodol@mail.ru.

V.Yu. Bodryakov, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Department Chair, Department of Higher Mathematics and Methods of Teaching Mathematics, Ural State Pedagogical University, Yekaterinburg, Russia, e-mail: bodryakovvyu@yandex.ru.