

УДК 373.1

Вера Евгеньевна Евдокимова
Юлия Максимовна Афанасьева
г. Шадринск

Использование компьютерной программы GeoGebra Classic в процессе обучения стереометрии

В статье рассматривается актуальная в настоящее время проблема использования цифровых образовательных технологий в учебном процессе, для повышения эффективности и наглядности преподавания математики. Определена эффективность использования цифровых технологий в профессиональной деятельности педагога. Актуальность темы обосновывается общей тенденцией цифровизации образования в рамках национальных проектов и растущей потребностью в интерактивных инструментах обучения, развивающих пространственное мышление учащихся. Представлен сравнительный анализ популярных образовательных цифровых ресурсов. Проанализированы возможности интерактивной среды программы GeoGebra Classic и определена основная цель применения данного ресурса в процессе обучения стереометрии. Приведен пример использования образовательной платформы для решения стереометрической задачи в модуле 3D Calculator: от построения чертежа до его интерактивного анализа и автоматического измерения величин. Сделан вывод о роли программы GeoGebra Classic в изучении стереометрии.

Ключевые слова: цифровые образовательные технологии, программа GeoGebra.

Vera Evgenevna Evdokimova,
Yuliya Maximovna Afanasyeva
Shadrinsk

Using the GeoGebra Classic computer program in studying stereometry

The article examines the urgent problem of using digital educational technologies in the educational process to improve the effectiveness and clarity of teaching mathematics. The effectiveness of using digital technologies in the professional activity of a teacher has been determined. The relevance of the topic is justified by the general trend of digitalization of education within the framework of national projects and the growing need for interactive learning tools that develop students' spatial thinking. A comparative analysis of popular educational digital resources is presented. The possibilities of the interactive environment of the GeoGebraClassic program are analyzed and the main purpose of using this resource in the learning process of stereometry is determined. The example of using an educational platform to solve a stereometric problem in the 3D Calculator module is given: from drawing construction to interactive analysis and automatic measurement of quantities. The conclusion is made about the role of the GeoGebraClassic program in the study of stereometry.

Keywords: digital educational technologies, GeoGebra program.

В современном мире стремительно развиваются цифровые технологии, оказывая влияние на все области деятельности людей. Сегодня сложно найти профессионала, который бы не использовал их в своей работе. Особенно актуально это для образования. В настоящее время реализуется национальный проект «Экономика данных», который состоит из девяти федеральных проектов. Одним из этих проектов является «Цифровые платформы в отраслях социальной сферы». В рамках данного проекта школы, колледжи и училища получают доступ к образовательному контенту. Кроме того, все эти учебные заведения оснащают ИТ-инфраструктурой и интернетом. Данный проект способствует развитию цифровизации образования [9].

Под цифровыми образовательными технологиями понимают совокупность методов, инструментов, программных и аппаратных средств, использующих цифровые способы передачи, обработки и представления информации, используемой как для взаимодействия участников образовательного процесса, так и для создания учебного контента. Цифровые технологии включают образовательные онлайн-платформы (позволяющие педагогу создавать собственные учебные материалы), интерактивные онлайн-ресурсы (направленные на использование в образовательном процессе готовых материалов), обеспечивающие персонализацию обучения, повышение доступности знаний и автоматизацию контроля.

В современной школе педагоги все чаще используют образовательные онлайн-платформы, которые позволяют:

- обеспечить доступ к дополнительным образовательным ресурсам и видеоурокам;
- проводить индивидуальные занятия и организовывать общение во время дистанционного обучения через чаты, видеоконференции и форумы;
- изучать сложные темы с помощью наглядных материалов;
- повторять изученный материал в интерактивном формате [2].

На данный момент существует множество таких цифровых ресурсов, которые можно использовать при обучении математике, кроме того, каждая из них обладает теми или иными необходимыми функциями для процесса обучения.

Далее рассмотрим функционал некоторых платформ, которые чаще всего используются педагогами.

Учи.ру – интерактивная образовательная онлайн-платформа, используемая для повторения изученного материала в интерактивном формате. Функционал платформы позволяет педагогам использовать готовые учебно-методические материалы по различным предметам, а обучающиеся получают возможность изучать школьные предметы в интерактивной форме по индивидуальной траектории.

VKTutoria – онлайн-платформа, предназначенная для организации общения в режиме онлайн. Педагоги могут планировать занятия, добавлять их в расписание и прикреплять к ним необходимые учебные документы, а затем приглашают учеников на урок или на консультацию и проведение индивидуальных занятий. Вход на платформу осуществляется через VK ID.

Интернет-урок – платформа, обеспечивающая доступ к дополнительным ресурсам, содержит самую большую базу готовых видеоуроков по различным дисциплинам школьной программы, в том числе и по математике.

GeoGebra – математическая программа, с помощью которой можно изучать сложные темы по геометрии, используя наглядные средства обучения. В рамках данной статьи данная платформа будет рассмотрена более подробно.

Следует отметить, что все представленные образовательные платформы предоставляют возможность наглядно продемонстрировать учебный материал с помощью интерактивных элементов, видео, инфографики и других мультимедийных и интерактивных средств, что помогает лучше понять и усвоить новый материал.

Изучение стереометрии, особенно разделов, посвящённых многогранникам и их сечениям, опирается на демонстрацию наглядных материалов. Для реализации принципа наглядности, который облегчает восприятие стереометрических построений, целесообразно использовать различные интерактивные среды онлайн программ. Примером такой среды, как было сказано выше, является GeoGebra, которая объединяет в себе функции геометрии, алгебры, работы с таблицами, графиками, статистикой и арифметикой, предоставляя пользователям мощный инструмент для решения математических задач (рис. 1) [10].

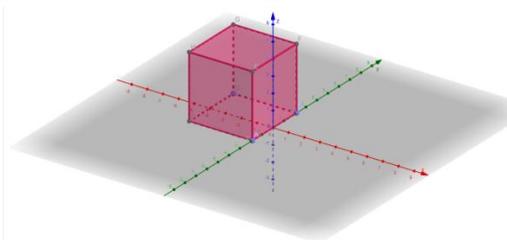


Рис. 1. Интерактивная среда программы GeoGebra

В программную среду GeoGebra включены следующие математические приложения:

GeoGebra Classic – набор калькуляторов, включающий программы Graphing Calculator, 3D Calculator, Geometry, CAS, Probability, с инструментами аналогичными GeoGebra Calculator Suite. Основное различие заключается в интерфейсе и расположении инструментов на рабочем столе [111,3].

GeoGebra Scientific Calculator – научный калькулятор, который позволяет выполнять действия с дробями, арифметическим корнем n -ой степени, вычислять модуль и логарифм числа, а также основные тригонометрические, экспоненциальные и статистические функции.

GeoGebra Graphing Calculator – графический калькулятор, обладающий мощным набором инструментов для визуализации уравнений и функций через интерактивные графики.

GeoGebra Geometry – приложение, позволяющее создавать окружности, углы, треугольники и любые многоугольники. Его функционал включает определение длин отрезков и площадей фигур, а также возможность их преобразования и вращения, что способствует более глубокому пониманию построения чертежей.

GeoGebra Calculator Suite – набор калькуляторов, включающий программы Graphing Calculator, 3D Calculator, Geometry, CAS, Probability. Благодаря этому, программа представляет широкий спектр возможностей, от построения графиков функций до вычисления производных и интегралов.

GeoGebra CAS Calculator – используется для создания графиков функций и анализа уравнений. Основное отличие от GeoGebra Graphing Calculator заключается в том, что здесь используется табличный метод задания графиков.

GeoGebra 3D Calculator – приложение, дающее возможность решать пространственные математические задачи, визуализировать трехмерные функции, тела и плоскости.

В рамках данной статьи рассмотрим 3D Calculator в GeoGebra Classic, потому что интерфейс приложения напоминает графический редактор и наиболее понятен обучающимся. Интерактивное приложение состоит из пяти основных элементов:

1. Панель инструментов.
2. Панель объектов.
3. Рабочая область.
4. Панель настроек отображения.
5. Строка ввода (рис. 2).

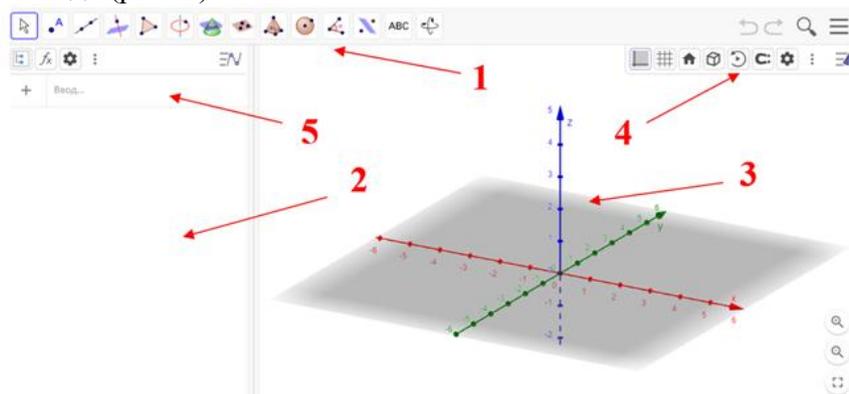


Рис. 2. Основные элементы приложения 3D Calculator в GeoGebra Classic

Панель инструментов состоит из множества групп. Для создания 3D-чертежей используются как основные инструменты программы (точки, прямые и плоскости), так и соответствующие им. Важно отметить, что указание точки обычно является первым шагом при построении любого геометрического объекта.

Панель объектов отображает текущие значения переменных и функций. Чтобы увидеть формулу в её символическом виде, следует нажать на неё правой кнопкой мыши.

Рабочая область представляет собой плоскость с осями x , y и z , размер которой можно изменять с помощью колёсика мыши. Она используется для визуализации заданных геометрических конструкций. Также область позволяет поворачивать объекты в любом направлении для более детального изучения.

Панель настроек отображения содержит семь клавиш, которые позволяют регулировать внешний вид рабочей области, проекцию, направление и скорость вращения пространства вокруг оси аппликата, а также привязку к сетке. Кроме того, на этой панели доступны глобальные настройки, такие как выбор языка и шрифта программы.

Строка ввода позволяет с помощью клавиш в правом нижнем углу регулировать масштаб чертежа, восстанавливать его стандартный вид и активировать полноэкранный режим для демонстрации [1].

Далее приведем пример построения чертежа к задаче.

Задача:

Конус описан около правильной четырехугольной пирамиды со стороной основания 4 и высотой 6. Найдите его объем, деленный на π [7].

Для построения чертежа и решения задачи следует ориентироваться на следующие этапы работы:

1. *Настройка рабочей области.* При запуске программы по умолчанию открывается координатная плоскость, но для работы с трёхмерными фигурами нужно переключиться на 3D-полотно. GeoGebra Classic предлагает уникальную возможность работать одновременно с двумя типами полотен, что значительно упрощает процесс создания и анализа пространственных моделей (рис. 3).

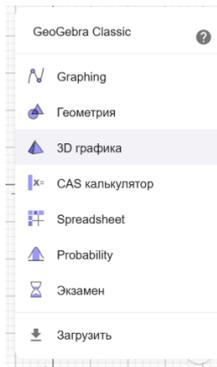


Рис. 3. Настройка рабочей области

2. *Выбор инструмента по задаче (пирамида, призма, конус, цилиндр, тетраэдр, куб).* В левом нижнем углу отображается всплывающее окно с краткой инструкцией по построению выбранной фигуры. Выбираем инструмент «Конус» (рис. 4).

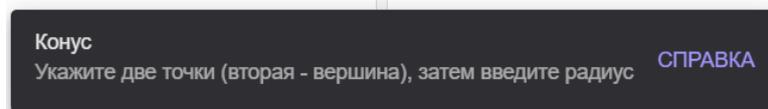


Рис. 4. Окно с инструкцией

3. *Построение фигуры с помощью выбранного инструмента.* Следуя инструкции, выполняем построение конуса (рис. 5).

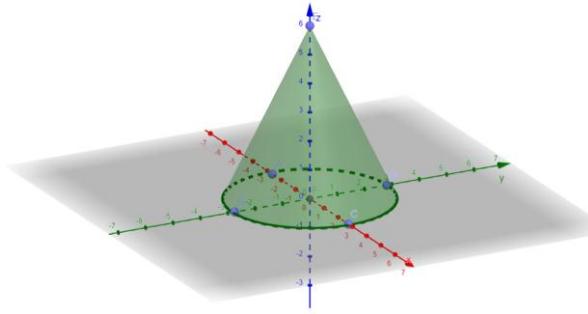


Рис. 5. Построение конуса

4. *Выбор инструмента по задаче (пирамида, призма, конус, цилиндр, тетраэдр, куб).* Данный пункт аналогичен пункту 2. Выбираем инструмент «Пирамида».

5. *Построение основания выбранной фигуры.* Построение любой фигуры начинается с построения основания. Для этого необходимо создать многоугольник (или его вершины), который станет основанием пирамиды. Выполняем построение внутри основания конуса (рис. 6).

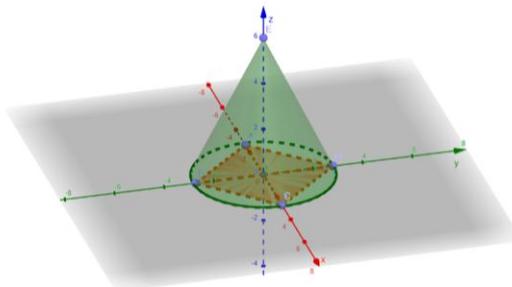


Рис. 6. Построение основания пирамиды

6. *Построение вершины выбранной фигуры.* Передвигая курсор вдоль оси OZ, можно увидеть, как меняется изображение пирамиды. В процессе движения будет отображаться последовательность промежуточных состояний пирамиды. Необходимо выбрать нужное расстояние от основания пирамиды и поставить точку, это и будет являться вершиной пирамиды. Выбираем точку с координатами $(0;0;6)$, что соответствует условию задачи. Таким образом, получаем готовую фигуру (рис. 7).

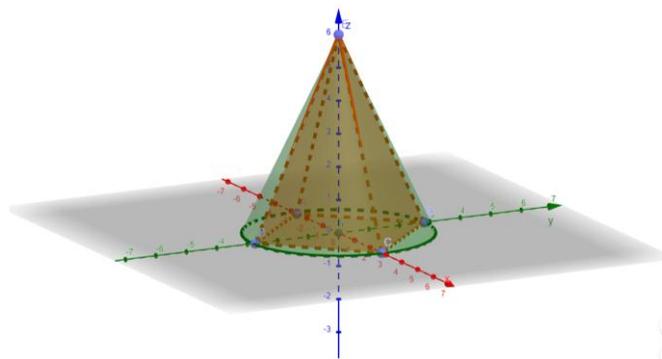


Рис. 7. Построение вершины пирамиды

7. *Нахождение длины отрезка.* Выбираем инструмент «Расстояние и длина» и выбираем отрезок на чертеже, который необходимо измерить. Рядом с выбранным отрезком появляется надпись с результатом измерения. В рамках данной задачи находим радиус основания конуса (рис. 8, 9).

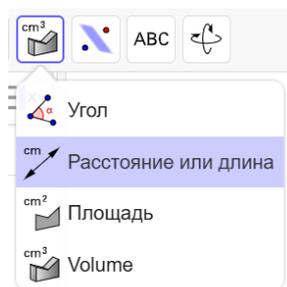


Рис. 8. Выбор инструмента

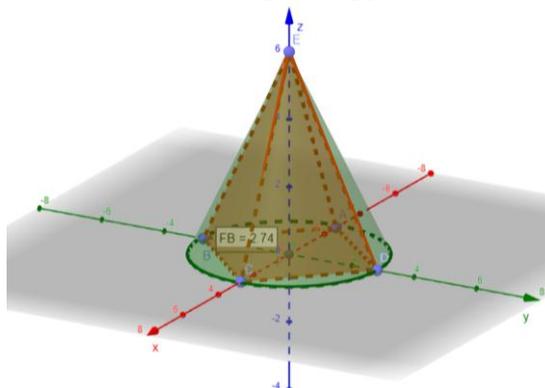


Рис. 9. Длина радиуса основания

8. *Нахождение объема фигуры.* Выбираем инструмент «Volume» и выбираем фигуру на чертеже, которую необходимо измерить. Рядом с выбранной фигурой появляется надпись с результатом измерения. В рамках данной задачи находим объем конуса (рис. 10).

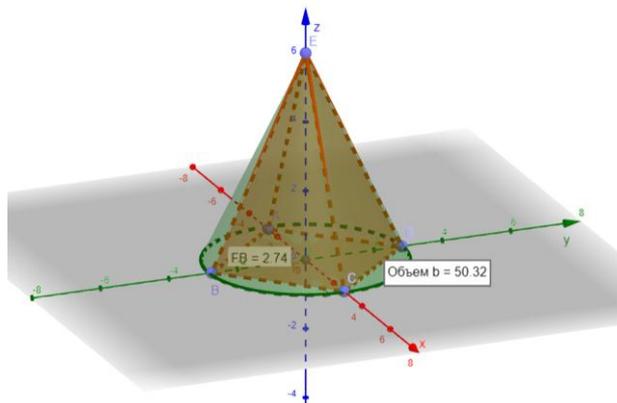


Рис. 10. Объем конуса

Так как в задаче требуется найти объем конуса, деленный на π , то найдем его вручную, разделив найденный объем в программе на 3,14. Тогда получим 16, округлив до целых.

Следует отметить, что существует ещё другой алгоритм построения пирамиды и конуса. Рассмотрим его ниже.

1. *Настройка рабочей области.* Настроить рабочую область, аналогично рассмотренному выше пункту построения пирамиды.

2. *Выбор инструмента по задаче (многоугольник, правильный многоугольник или окружности по трем точкам).* В левом нижнем углу отображается всплывающее окно с краткой инструкцией по построению выбранной фигуры.

3. *Построение основания с помощью выбранного инструмента.* Следуя, инструкции по построению выбранной фигуры, выполняем построение основания (рис. 11).

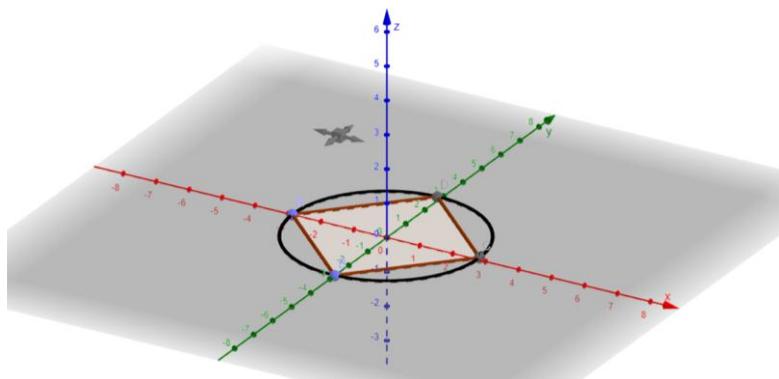


Рис. 11. Построение основания с помощью выбранного инструмента

4. *Построение вершины фигуры.* Чтобы создать изображение пирамиды, нужно воспользоваться инструментом «Выдавить пирамиду или конус». Затем, удерживая левую кнопку мыши, кликнуть на многоугольник и поднять его на нужную высоту. Получившаяся точка и будет являться вершиной пирамиды или конуса. Получаем готовый чертеж пирамиды или конуса (рис. 12).

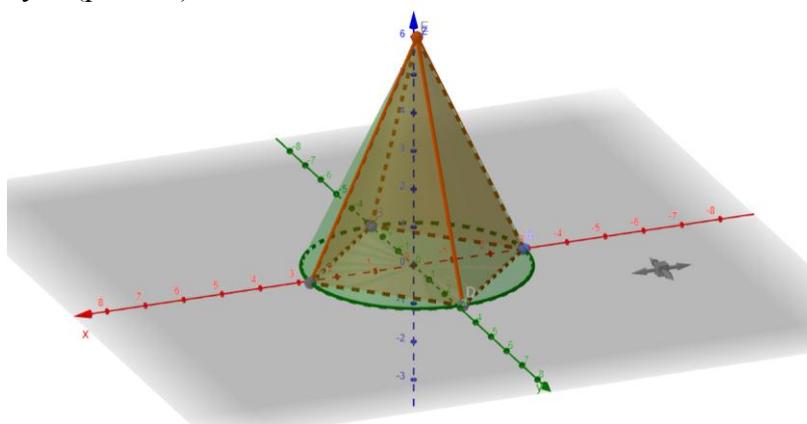


Рис. 12. Построение вершины с помощью инструмента

Таким образом, построение конуса и правильной четырехугольной пирамиды BCDEF по условию задачи, приведенной выше возможно с помощью любого из описанных алгоритмов. После создания чертежа программа предоставляет мощные инструменты для его анализа. Для наглядного изучения полученной фигуры и взаимного расположения её элементов можно использовать инструменты «Вращать чертеж» и «Переместить чертеж». Эти функции позволяют интерактивно поворачивать пространственную модель на 360 градусов, рассматривая её с любого ракурса, что принципиально важно для понимания стереометрии. Дополнительно учитель или ученик могут изменить тип проекции для лучшего восприятия геометрических свойств [6].

Созданный и визуализированный чертеж становится отправной точкой для решения задачи. Используя встроенные инструменты измерений, например, «Расстояние или длина», можно не только графически отобразить отрезок, но и вычислить его численное значение, опираясь на заданные параметры по условию задачи. Это на практике демонстрирует, как программа GeoGebra Classic, а в частности 3D Calculator превращается в интерактивную рабочую среду для исследования и решения стереометрических задач [8]. Важно отметить, что данная программа значительно облегчает учителю процесс разработки разнообразных дидактических материалов, включая создание уникальных тренировочных упражнений для уроков или домашних заданий.

Чтобы подготовить такие материалы, учителю достаточно создать чертеж в программе и сформулировать задание к нему с помощью инструмента «Текст». После

завершения работы над дидактическим материалом его можно сразу же распечатать, не сохраняя на компьютере и не делая дополнительных скриншотов. По такому же принципу учитель может составлять рабочие листы для учеников, предназначенных для выполнения на уроке [4].

Стоит отметить, что одним из значительных и удобных аспектов «GeoGebra» является поддержка дистанционного обучения. Чтобы начать работу, учителю нужно пройти процедуру регистрации. После этого он может сформировать классную комнату в «GeoGebra» и предоставить ученикам ссылку или код для подключения.

После успешной авторизации преподаватель попадает в свой личный кабинет. Здесь он может разрабатывать учебные материалы и вносить изменения в уже созданные. Для удобства работы программа предоставляет возможность организации материалов по тематическим папкам [5].

Таким образом, программа GeoGebra Classic является полезным инструментом для повышения качества образовательного процесса, облегчающим изучение сложных геометрических концепций благодаря своей интерактивности и визуализации.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Абраменкова, Ю. В. Особенности применения интерактивной геометрической среды GeoGebra при изучении геометрии в основной школе / Ю. В. Абраменкова, О. В. Карелина. – Текст : электронный // Дидактика математики: проблемы, исследования. – 2020. – № 51. – С. 61–69. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/osobennosti-primeneniya-interaktivnoy-geometricheskoj-sredy-geogebra-pri-izuchenii-geometrii-v-osnovnoy-shkole> (дата обращения: 12.01.2026).
2. Бурнашева, Э. П. Функциональная грамотность педагога как фактор повышения познавательной активности обучающихся / Э. П. Бурнашева, Г. С. Контарович. – Текст : непосредственный // Вестник Шадринского государственного педагогического университета. – 2025. – № 3(67). – С. 85–91.
3. Газимагомедова, А. О. Инструменты для пространственного графического моделирования в прикладной программе по математике «GeoGebra» : учеб.-метод. пособие / А. О. Газимагомедова. – Махачкала, 2018. – 28 с. – URL: <https://диро.рф/wp-content/uploads/2020/03/Построения-в-GeoGebra.pdf> (дата обращения: 12.01.2026). – Текст : электронный.
4. Донцова, Ю. А. Применение динамической математической программы GeoGebra при построении сечений объемных фигур / Ю. А. Донцова. – Текст : электронный // Актуальные методики обучения информатике и математике в современной школе : материалы Междунар. науч.-практ. интернет-конф., г. Москва, 22–26 апр. 2019 г. / под ред. Л. Л. Босовой, Д. И. Павлова. – Москва : МПГУ, 2019. – С. 600–605. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=598864> (дата обращения: 14.01.2026). – Режим доступа: по подписке ЭБС «Университетская библиотека онлайн».
5. Иванчук, Н. В. Использование компьютерной программы GeoGebra на уроках математики в 7-11 классах : учеб. пособие / Н. В. Иванчук, О. В. Эйкен. – Мурманск : МГПУ, 2018. – 36 с. – URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=35012308> (дата обращения: 13.01.2026). – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.
6. Ларин, С. В. Методика обучения математике: компьютерная анимация в среде Geogebra : учеб. пособие для вузов / С. В. Ларин. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Юрайт, 2024. – 233 с. – URL: <https://urait.ru/bcode/540009> (дата обращения: 13.01.2026). – Режим доступа: по подписке ЭБС «Юрайт». – Текст : электронный.
7. Математика профильного уровня. – Текст : электронный // Сдам ГИА : Решу ЕГЭ : образов. портал для подготовки к экзаменам. – URL: <https://math-ege.sdamgia.ru/problem?id=27123> (дата обращения: 14.01.2026).
8. Михоненко, О. И. Обучение стереометрии с применением программы GeoGebra : учеб.-метод. пособие / О. И. Михоненко, В. В. Кокорева, А. А. Вендина. – Ставрополь : АГРУС,

2022. – 76 с. – URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=47740692> (дата обращения: 14.01.2026). – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей– Текст : электронный.
9. Национальные проекты России. Проекты. Экономика данных. Инициативы «Цифровые платформы в отраслях социальной сферы». – Текст : электронный // Национальные проекты России : офиц. сайт. – URL: <https://национальныепроекты.рф/new-projects/ekonomika-dannykh/tsifrovye-platformy-v-otraslyakh-sotsialnoy-sfery/> (дата обращения: 14.01.2026).
10. Обучение геометрии с использованием возможностей GeoGebra : учеб.-метод. пособие / О. Л. Безумова, Р. П. Овчинникова, О. Н. Троицкая [и др.]. – Архангельск : Кира, 2011. – 140 с. – URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?edn=qjzuyp&ysclid=lsvfi7y2rg418509423> (дата обращения: 12.01.2026). – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.
11. GeoGebra : сайт. – URL: <http://www.geogebra.org/> (дата обращения: 12.01.2026). – Текст. Изображение : электронные.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ:

В.Е. Евдокимова, кандидат педагогических наук, доцент кафедры физико-математического и информационно-технологического образования, ФГБОУ ВО «Шадринский государственный педагогический университет», г. Шадринск, Россия, e-mail: evdokimovavera@yandex.ru.

Ю.М. Афанасьева, студентка, институт информационных технологий, точных и естественных наук, ФГБОУ ВО «Шадринский государственный педагогический университет», г. Шадринск, Россия, e-mail: afanasevauly35@mail.ru.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS:

V.E. Evdokimova, Ph. D. in Pedagogical Sciences, Associate Professor, Department of Physics, Mathematics and Information Technology Education, Shadrinsk State Pedagogical University, Shadrinsk, Russia, e-mail: evdokimovavera@yandex.ru.

Yu.M. Afanasyeva, Student, the Institute of Information Technology, Exact and Natural Sciences, Shadrinsk State Pedagogical University, Shadrinsk, Russia, e-mail: afanasevauly35@mail.ru.