УДК 372.851

Ирина Александровна Аввакумова
Дана Витальевна Моор
г. Екатеринбург

К вопросу о формировании математического языка в процессе проектной деятельности

В статье рассмотрена возможность целенаправленного формирования математического языка в процессе осуществления проектной деятельности учащимися. В исследовательской части работы приведено определение математического языка как системы математических знаков и символов в педагогическом контексте, а также выделена и конкретизирована структура языка математики соответствующими примерами элементов. Представлено соотнесение деятельности учащихся, направленной на формирование языка математики, с этапами проектной деятельности, затем на основании данного соотнесения авторы сформулировали вывод о взаимосвязи математического языка и проектной деятельности. В заключительной части приведен пример формирования математического языка в процессе работы над проектом на конкретную тему. Полученные результаты демонстрируют потенциал проектной деятельности для формирования математического языка учащихся.

Ключевые слова: математический язык, проектная деятельность, этапы проектной деятельности, математические символы.

Irina Alexandrovna Avvakumova
Dana Vitalievna Moor
Yekaterinburg

Formation of a mathematical language in the process of project activity

The authors explore the possibility of purposeful development of mathematical language during students' project activities. The research part of the article defines mathematical language as a system of mathematical signs and symbols in a pedagogical context, and also highlights and specifies the structure of mathematical language with corresponding examples of elements. The authors then compare students' activities aimed at mastering mathematical language with the stages of project activities and based on this comparison, they conclude that there is a relationship between mathematical language and project activities. The authors give an example of the possible application of mathematical language in project activities on a specific topic. The results demonstrate the potential of project activities for the formation of students' mathematical language.

Keywords: mathematical language, project activities, stages of project activities, mathematical symbols.

Введение. В современных образовательных условиях особую значимость приобретает формирование функциональной математической грамотности, одной из составляющих которой является работа с математическим языком, в том числе перевод с одного математического языка на другой [12]. Кроме этого, овладение языком математики каждым учащимся является требованием государства, что закреплено в Федеральной рабочей программе по математике для 5-9 классов образовательных организаций [16].

О возможностях овладения математическим языком говорили такие исследователи, как А. А. Столяр, Г. В. Дорофеев, Т. А. Иванова, В. А. Далингер, в том числе они указывали на взаимосвязь математического языка, математической речи и мышления. А.Г. Мордкович утверждал: «математика – предмет более гуманитарный, чем естественнонаучный, предмет, основная ценность которого состоит в его общекультурной значимости; стержень курса – математический язык…» [8, с. 12]. Рассматривая математику, как гуманитарный предмет,

важно подчеркнуть, основное назначение математического языка – способствовать организации деятельности, что в наше время очень важно для культурного человека [8]. Однако, существующая методическая литература сводит формирование математического языка исключительно к процессу обучения математике, при этом не учитывая широкие возможности проектной деятельности, которые подтверждаются многолетними исследованиями отечественных и зарубежных педагогов, благодаря которым возможно осуществлять целенаправленное формирование математического языка.

А. Л. Королев разработал методологические основы проектного обучения, уделяя особое внимание структуре проектной деятельности и её этапам. А. В. Леонтович внедрял проектную технологию в школьную практику как ведущую форму организации образовательного процесса, подчеркивая её роль в развитии исследовательских и коммуникативных навыков. Практические аспекты реализации проектов в школе нашли отражение в работах Н. В. Матяш, разработавшей модели проектного обучения в контексте технологического и гуманитарного циклов, а также Г. К. Селевко и Н. А. Кузнецовой, которые акцентировали внимание на оценке проектных результатов и вовлечении учащихся в самообразовательную деятельность.

Придерживаясь точки зрения Е. С. Полат, отметим, что понятия «проект», «проектная деятельность» и «метод проектов» не следует отождествлять. Согласно ее мнению, проект имеет конкретный «осязаемый» результат: решение некоторой теоретической проблемы или же «продукт», который можно использовать в конкретной ситуации, при этом работа над проектом как результатом деятельности отличается от метода проектов, являющегося системой обучения [1]. Это позволяет рассматривать проектную деятельность не просто как форму учебной работы, а как пространство междисциплинарного взаимодействия, где математическая терминология и логика естественным образом встраиваются в осмысленную деятельность учащихся. В контексте сказанного сформулируем задачу исследования: обосновать и проиллюстрировать на конкретном примере возможность формирования математического языка в процессе проектной деятельности учащихся.

Исследовательская часть. Математический язык, развиваясь вместе с самой наукой, приобретает новые формы и символы (так математика XX в. пользуется языком, существенно отличающимся от языка математики XV в.), в связи с этим необходимо формулировать даже древние математические истины на современном языке [13]. При обращении к понятию математического языка следует отметить, что в отечественной литературе количество существующих определений является ограниченным, авторы преимущественно описывают характеристики языка математики, поэтому в качестве основного в своей работе мы возьмем определение, сформулированное Л. М. Фридманом: «Математический язык – система математических знаков и символов, операции с которыми совершаются по особым правилам, устанавливаемым в математике» [17, с. 112]. В соответствие с определением под формированием математического языка будем подразумевать отражение и закрепление в сознании учащихся математических символов, а также операций и правил, установленных в математике. Обратим внимание на роль математического языка для самой математики: математику невозможно представить без специального искусственного формализованного языка, который называется математическим [13]. Он создан для потребностей математики и служит средством как для выражения информации, так и для ее обработки; это эффективный язык, на котором разрабатываются алгоритмы для решения разнообразных задач [13].

Конкретизируем структуру языка математики. А. А. Столяр выделяет в математическом языке два компонента: язык конкретной математической теории, где каждый раздел имеет свой уникальный язык, и логический язык, который включает термины и символы, обозначающие логические операции, используемые для формирования предложений и вывода одних предложений из других [2]. Язык конкретной математической теории характеризуется наличием алфавита, т.е. совокупности символов, при этом символы алфавита служат исходным «материалом», из которого конструируются по определенным

правилам различные языковые выражения, аналогичные словам и предложениям естественного языка, данные правила определяют логический язык [13]. Приведем примеры символов логического языка на основе [13] (Таблица 1). Некоторые значения символов дополним, опираясь на [9, 14, 15] (в данных работах можно ознакомиться с примерами использования представленных логических символов в формулировках математических утверждений).

Таблица 1

Примеры символов логического языка

Символ	Значение символа
$\in$	принадлежность, принадлежать, являться элементом
$\subset$	включать в себя, содержать в себе
$\subseteq$	являться частью, включаться в
$\cap$	пересечение
$\cup$	объединение
$\Rightarrow$	следование, следует
$\Leftrightarrow$	равносильность, равносильно, «тогда и только тогда, когда…»
$\forall x$	для всякого x, для всех x (квантор общности)
$\exists$x	существование, существует x (квантор существования)

Дж. Икрамов [6] относит к компонентам математического языка: слова, словосочетания, символы, предложения, тексты. В.А. Далингер, проведя детальный анализ, сделал следующие выводы о разных точках зрения на компоненты математического языка:

1) А.А. Столяр рассматривает компоненты математического языка в русле семиотического подхода к понятию языка, тогда как Дж. Икрамов в большей степени руководствуется лингвистическим подходом;

2) две данные классификации не противоречат друг другу, а отражают разные стороны понятия языка математики [2].

Согласно работам [2, 3, 18], язык математики является расширением, совершенствованием естественного языка по причине введения дополнительной символики и изменения лексических значений ввиду потребности математики в точных, ясных и сжатых формулировках, при этом Г.В. Дорофеев указывает на факт наличия достоинств языка математики относительно эффективности коммуникации. Язык математики по отношению к естественному языку:

1) устраняет громоздкость;
2) устраняет двусмысленность;
3) расширяет выразительные возможности [2, 18].

Уточним данные достоинства:

1. Устранение громоздкости происходит за счет следующего: в математическом языке один символ – цифра, буква, знак операции или знак отношения – соответствует тому, что в естественном языке выражается словом, то есть определённой конечной последовательностью символов – букв из алфавита данного языка [13].

2. Математический язык использует точно определенные (или однозначно понимаемые) термины [3], поэтому ему не присуща некоторая двусмысленность.

3. Расширение выразительных возможностей естественного языка достигается благодаря универсальности математического языка (он используется во всех сферах человеческой деятельности) [5]. Язык математики употребляется как «средство выражения математической мысли» (в это понятие включаются логико-математические символы, графические схемы, чертежи, научные термины вместе с элементами естественного языка) [5], в соответствие с семантическим подходом «выражения» следует понимать как конечные последовательности символов, имеющие смысл [13].

Учитывая вышесказанное, будем считать, что понятие «проектная деятельность» является многоаспектным. Данное понятие сформировано на стыке педагогической и психологической дисциплин и имеет различные трактовки, многие определения были

приведены в работе [7], но все они имеют ряд ключевых характеристик, которые были выделены Е.Н. Селиверстовой [10, 11]:

1) временные ограничения (наличие чётко определённых сроков реализации: начала и завершения проекта);

2) ориентация на результат (целеустремлённость, направленность на достижение конкретного, заранее определённого итога);

3) создание продукта (получение осязаемого (материального или интеллектуального) результата, который можно оценить и использовать).

В контексте специфики математического языка (лаконичность, точность, устранение двусмысленности) данные характеристики создают структурированную среду для освоения математического языка: способствуют сжатию формулировок, фокусировке на чётких целях и применению математических знаний в конкретных задачах.

Соотнесем этапы проектной деятельности [4] с содержанием деятельности учащегося, способствующей формированию у него математического языка (см. Таблицу 2).

Таблица 2

Соотнесение этапов с деятельностью учащегося в процессе проектной деятельности

Этап	Предполагаемая содержание деятельности учащегося, способствующая формированию математического языка
Определение темы проекта, поиск и анализ проблемы, постановка цели, выбор названия проекта	• сформулировать проблему проекта с использованием математической терминологии (например: «определить зависимость между переменными», «вычислить площадь фигуры»); • перевести «бытовую» задачу в математическую формулировку (например: «оптимизировать расходы» → «составить функцию затрат и найти её минимум»); • составить «математический глоссарий проекта» – список ключевых терминов, символов и обозначений, которые будут использоваться (например: x, y, f(x), ∑, ∫); • обсудить правила использования математического языка в контексте проекта (как записывать формулы, графики, таблицы).
Обсуждение возможных вариантов исследования, сравнение предполагаемых стратегий, выбор способов, сбор и изучение информации, определение формы продукта и требований к продукту, составление плана работы, распределение обязанностей	• использовать математические символы для записи условий и ограничений проекта (например: «если $x > 0$, то…»); • разработать систему обозначений для переменных и констант, используемых в проекте (например: S – площадь, V – объём, t – время); • включить в план работы задания на перевод текстовых условий в математические модели (уравнения, неравенства, графики); • определить требования к оформлению результатов с использованием математического языка (точность вычислений, формат записи формул); • распределить задачи по освоению элементов математического языка между участниками (один работает с графиками, другой – с формулами и т. д.).
Выполнение запланированных технологический	• применять математический язык для фиксации промежуточных результатов (записывать расчёты, строить графики, составлять таблицы);

операций, внесение необходимых изменений	• использовать формулы, уравнения и символы при решении задач проекта; • визуализировать данные с помощью математических инструментов (диаграммы, графики с подписями осей, математические символы на чертежах); • фиксировать логику рассуждений с помощью математических операций (логические связки, кванторы ∀, ∃); • корректировать математические модели и расчёты по мере выполнения проекта, анализируя ошибки и неточности.
Подготовка и защита презентации	• оформить презентацию с использованием математических формул, схем, графиков (с помощью программ MathType, GeoGebra, Microsoft Equation); • включить в презентацию ключевые математические понятия, использованные в проекте, с краткими пояснениями; • отработать устную речь с использованием математической терминологии (например: «согласно формуле…», «на основании графика…»); • подготовить ответы на возможные вопросы, требующие оперирования математическими понятиями и символами; • продемонстрировать связь между математической моделью и конечным продуктом проекта.
Анализ результатов выполнения проекта, оценка качества выполнения проекта	• проанализировать, насколько эффективно был использован математический язык в проекте (полнота использования символов, корректность формул); • оценить точность математических расчётов и соответствие результатов поставленным целям; • выделить трудности, с которыми столкнулись участники при работе с математическим языком, и обсудить пути их преодоления; • провести рефлексию: что нового узнали о математическом языке, как он помог в решении проектной задачи; • составить «карту освоения математического языка» — перечень освоенных терминов, символов, операций с указанием уровня владения (например: «умею читать формулы», «умею строить графики», «умею составлять уравнения»).

Приведенное соотнесение позволяет сделать вывод о том, что проектная деятельность может выступать эффективным инструментом формирования математического языка на каждом этапе ее осуществления при выполнении определенных действий. В процессе работы над проектном учащиеся: учатся описывать бытовые ситуации с помощью математических формулировок, оперировать терминологией, осваивают систему математических символов и обозначений, приобретают навыки построения и интерпретации математических моделей, овладевают способами оформления математических результатов и устного представления математических идей.

Проектная деятельность требует тщательной методической проработки, включающей разработку детального плана действий, чёткую формулировку и осмысление исследуемой проблемы, а также формирование и верификацию гипотез в соответствии с установленным алгоритмом реализации проекта, техническая проработка этого процесса должна быть детальный [7].

Проиллюстрируем формирование математического языка в процессе работы над проектом «Влияние социальных сетей на успеваемость школьников».

На начальном этапе работы происходит введение базовых математических обозначений. Учащиеся осваивают работу с переменными: временем использования социальных сетей (t), показателем успеваемости (G), количеством респондентов (n). Эти символы становятся фундаментом для дальнейшего математического моделирования, позволяя перевести реальные объекты и процессы в формализованную систему знаков.

В процессе сбора данных учащиеся применяют статистические методы, фиксируя количественные показатели и строя шкалы измерения. Особое внимание уделяется правильному использованию математических символов при записи результатов. Например, для оценки успеваемости вводится система: $G = \frac{\sum_{i=1}^{n} G_i}{n}$, где G_i – оценка i-го ученика, а n — общее количество учащихся.

На аналитическом этапе происходит углублённое освоение математического аппарата. Здесь учащиеся строят графические зависимости (например, связь между G и t), рассчитывают статистические показатели (среднее значение, дисперсию, стандартное отклонение) и определяют корреляционные связи. Особое внимание уделяется формированию навыков работы с математическими моделями и их применением к исследуемым процессам. Здесь формируется понимание не только технических приёмов вычислений, но и границ применимости математических методов, а также способов интерпретации моделей в контексте исследуемой проблемы.

Практическая реализация математического языка включает построение различных типов диаграмм, создание математических моделей исследуемых процессов и интерпретацию полученных результатов. При этом используются логические символы:

- $\in$ — принадлежность;
- $\subset$ — включение;
- $\cap$ — пересечение множеств;
- $\Rightarrow$ — следование.

Завершающий этап работы связан с подготовкой презентации, где учащиеся совершенствуют навыки оформления математических расчётов согласно научным стандартам, учатся структурированно представлять статистические данные и использовать специализированные программы (Excel, GeoGebra, Python с библиотеками Matplotlib и Seaborn и другие) для наглядной визуализации результатов. Это позволяет не только продемонстрировать итоги исследования, но и закрепить понимание роли математического языка как универсального средства описания и анализа реальных процессов.

Заключение. Проведённое исследование убедительно демонстрирует проектную деятельность как инструмент формирования математического языка у учащихся. В ходе работы над проектом происходит системное освоение математических символов, терминов и правил записи, что позволяет не только теоретически изучать математический язык, но и практически применять его для решения реальных задач.

Обозначенное в Таблице 2 соотнесение деятельности учащихся с этапами проектной деятельности позволяет включить в нее математическую составляющую, при этом указанная деятельность способствует формированию языка математики.

Особую ценность представляет системность формирования математического языка, которая реализуется через последовательное включение элементов математической терминологии на каждом этапе проектной деятельности. От начального освоения базовых обозначений до создания сложных математических моделей – каждый шаг способствует углублению понимания математического языка и развитию соответствующих компетенций. Указанные результаты соответствуют современным требованиям к математической подготовке.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Белова, Т. Г. Исследовательская и проектная деятельность учащихся в современном образовании / Т. Г. Белова. – Текст : непосредственный // Известия Российского государственного педагогического университета им. А.И. Герцена. – 2008. – № 76-2. – С. 30–35.
2. Далингер, В. А. Развитие математической речи учащихся – основа формирования универсальных учебных действий при обучении математике / В. А. Далингер. – Текст : непосредственный // Актуальные проблемы обучения математике и информатике в школе и вузе : материалы 2-й Междунар. науч. конф. – Москва : МГПУ, 2014. – С. 73–80.
3. Дорофеев, Г. В. Математика для каждого / Г. В. Дорофеев. – Москва : Аякс, 1999. – 392 с. – Текст : непосредственный.
4. Емельянова, М. Н. Исследовательская и проектная деятельность: сходство и различие / М. Н. Емельянова, Е. А. Зайцева. – Текст : непосредственный // Проблемы и перспективы развития социально-гуманитарных наук : материалы I междисциплинар. всерос. науч.-практ. конф. с дистанц. и междунар. участием, Ульяновск, 25–26 февр. 2025 г. – Ульяновск : ИП Кеньшенская Виктория Валерьевна (издательство "Зебра"), 2025. – С. 437–442.
5. Иванова, Т. А. Гуманитаризация математического образования : монография / Т. А. Иванова. – Нижний Новгород : Изд-во НГПУ, 1998. – 207 с. – Текст : непосредственный.
6. Икрамов, Дж. Математическая культура школьника / Дж. Икрамов. – Ташкент : Изд-во Укитувчи, 1981. – 280 с. – Текст : непосредственный.
7. Мауль, К. В. Взгляды на определение понятия «проектная деятельность» в психолого-педагогической и методической литературе / К. В. Мауль. – Текст : непосредственный // Гуманитарные исследования в современном образовании: прошлое, настоящее, будущее : сб. науч. ст. – Москва : ООО "Колибри", 2025. – С. 15–18.
8. Мордкович, А. Г. Математика в школе – новые задачи, новые концепции, новые учебники / А. Г. Мордкович. – Текст : непосредственный // Модернизация школьного математического образования и проблемы подготовки учителя математики : труды XXI Всерос. семинара преподавателей математики университетов и пед. вузов. – Санкт-Петербург : Изд-во РГПУ им. А.И. Герцена, 2002. – С. 3–12.
9. Панишева, О. В. Создание локальной гуманитарно-развивающей образовательной среды средствами дискретной математики / О. В. Панишева. – Текст : непосредственный // Актуальные проблемы обучения математике и информатике в школе и вузе : материалы 6-й Междунар. науч. интернет-конф. : эл. изд. сетевого распространения / Моск. пед. гос. ун-т ; под общ. ред. Л. И. Боженковой, М. В. Егуповой. – Москва : МПГУ, 2020. – С. 308–318.
10. Селиверстова, Е. Н. Проектное обучение в современной школе: зоны роста / Е. Н. Селиверстова – Текст : непосредственный // Вестник Владимирского государственного университета имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых. Серия: Педагогические и психологические науки. – 2021. – № 47. – С. 9–18.
11. Селиверстова, Е. Н. Современное школьное обучение: новые ракурсы дидактического осмысления / Е. Н. Селиверстова. – Текст : непосредственный // Вестник Владимирского государственного университета имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых. Серия: Педагогические и психологические науки. – 2020. – № 43. – С. 9–17.
12. Семенова, И. Н. Исследование задачного материала для оценки возможности надёжного формирования функциональной математической грамотности на основе анализа определения понятия / И. Н. Семенова, Е. А. Шорохов. – Текст : непосредственный // Вестник Шадринского государственного педагогического университета. – 2023. – № 3 (59). – С. 81–94.
13. Столяр, А. А. Педагогика математики / А. А. Столяр. – 3-е изд., перераб. и доп. – Минск : Вышэйшая школа, 1986. – 416 с. – Текст : непосредственный.
14. Тимофеева, И. Л. О некоторых ошибках в логико-символической записи предложений геометрического содержания / И. Л. Тимофеева, И. Е. Сергеева. – Текст : непосредственный // Актуальные проблемы обучения математике и информатике в школе и вузе : материалы V

международ. заоч. науч. конф., Москва, 18–22 дек. 2019 г. / под общ. ред. Л. И. Боженковой, М. В. Егуповой. – Москва : МГПУ, 2020. – С. 413–419.
15. Тимофеева, И. Л. О нормах использования логических символов при записи математических предложений / И. Л. Тимофеева, И. Е. Сергеева. – Текст : непосредственный // Математика и математическое образование : сб. тр. IX Междунар. науч. конф. «Математика. Образование. Культура», Тольятти, 24–26 апр. 2019 г. – Тольятти : ТГУ, 2019. – С. 62–67.
16. Федеральная рабочая программа. Математика. 5-9 классы (базовый уровень). – Текст : электронный // Институт содержания и методов обучения. – URL: https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2025/06/05_frp_matematika-5-9-klassy_baza_17062025_itog-na-sajt.pdf.
17. Фридман, Л. М. Учитесь учиться математике: кн. для учащихся / Л. М. Фридман. – Москва : Просвещение, 1985. – 112 с. – Текст : непосредственный.
18. Шармин, Д. В. Формирование культуры математической речи учащихся в процессе обучения алгебре и началам анализа : автореф. дис. … канд. пед. наук / Д. В. Шармин. – Омск, 2005. – 23 с. – Текст : непосредственный.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ:

И.А. Аввакумова, кандидат педагогических наук, доцент кафедры высшей математики и методики обучения математике, ФГАОУ ВО «Уральский государственный педагогический университет», г. Екатеринбург, Россия, e-mail: avvaia@mail.ru.

Д.В. Моор, студентка 4 курса, направление подготовки «Педагогическое направление (с двумя профилями подготовки)», профиль «Математика и информатика», ФГАОУ ВО «Уральский государственный педагогический университет», г. Екатеринбург, Россия, e-mail: moordana2231@mail.ru.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS:

I.A. Avvakumova, Ph.D. in Pedagogical Sciences, Associate Professor, Department of Higher Mathematics and Methods of Teaching Mathematics, Ural State Pedagogical University, Yekaterinburg, Russia, e-mail: avvaia@mail.ru.

D.V. Moor, 4th year Student, field of study “Pedagogical Education (with two specializations)”, profile “Mathematics and Computer Science”, Ural State Pedagogical University, Yekaterinburg, Russia, e-mail: moordana2231@mail.ru.