

УДК 372.851

Ирина Александровна Аввакумова
Дарья Александровна Богданова
г. Екатеринбург

Средства формирования функциональной математической грамотности в процессе подготовки исследовательских проектов по математике

В статье исследуется проблема формирования функциональной математической грамотности (ФМГ) школьников через проектную деятельность. Автор отмечает недостаточную разработанность методического инструментария, целенаправленно связывающего этапы исследовательского проекта с компонентами ФМГ. В основе работы лежат системный и деятельностный подходы. Методология включает теоретический анализ научной литературы для определения структурных компонентов ФМГ и этапов исследовательского проекта. На основе теоретического анализа и установления соотношения между этапами проекта и структурными компонентами ФМГ был разработан комплекс взаимосвязанных заданий. Его практическая реализация продемонстрирована на примере проекта «Оптимизация формы банки» для учащихся 9–10 классов. Результатом работы является эффективная модель, обеспечивающая осознанное применение математических знаний в реальном контексте и перевод предметных умений в личностно значимые компетенции.

Ключевые слова: функциональная математическая грамотность, проектная деятельность, исследовательский проект, этапы проекта, компоненты функциональной математической грамотности.

Irina Aleksandrovna Avvakumova
Daria Aleksandrovna Bogdanova
Yekaterinburg

Means of developing functional mathematical literacy in the process of preparing research projects in mathematics

The article examines the development of functional mathematical literacy in schoolchildren through project-based activities. The author notes the insufficient development of methodological tools that specifically link the stages of a research project with the components of the functional mathematical group. The work is based on systems and activity-based approaches. The methodology includes a theoretical analysis of scientific literature to identify the structural components of the functional mathematical group and the stages of a research project. Based on the theoretical analysis and the establishment of correlations between the project stages and the structural components of the functional mathematical group, a set of interrelated tasks was developed. Its practical implementation is demonstrated using the example of the “Jar Shape Optimization” project for 9th-10th grade students. The result of the work is an effective model that ensures the conscious application of mathematical knowledge in a real-world context and the translation of subject-specific skills into personally significant competencies.

Keywords: functional mathematical literacy, project-based activities, research project, project stages, components of functional mathematical literacy.

Введение

Современные социально-экономические условия предъявляют новые требования к результатам школьного образования. Выпускнику сегодня необходимы не только предметные знания, но и способность применять их для решения практических задач, критически мыслить и действовать в нестандартных ситуациях. Эти требования находят свое

отражение в концепции функциональной грамотности, одним из элементов которой является функциональная математическая грамотность (ФМГ). В связи с этим перед учителем стоит задача найти и внедрить такие педагогические средства, которые бы целенаправленно формировали эти компетенции. Одним из таких средств выступает проектная деятельность, в частности, подготовка исследовательских проектов по математике.

Актуальность темы подтверждается требованиями нормативно-правовой базы Российской Федерации. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (ФГОС ООО) в качестве одного из ключевых результатов обучения определяет формирование у обучающихся универсальных учебных действий, а также функциональной грамотности, включая математическую. В тексте ФГОС прямо указана необходимость «овладения обучающимися ключевыми компетенциями, составляющими основу умения учиться», и использования для этого современных образовательных технологий, в том числе проектной деятельности [11]. Таким образом, применение проектных методов является не просто педагогическим предпочтением, а нормативно закреплённой необходимостью, направленной на развитие у школьников критического мышления, инициативности, креативности и способности к сотрудничеству.

Проблемам формирования функциональной математической грамотности в последние годы уделяется значительное внимание в работах таких авторов, как Г.С. Ковалева [7], М.А. Пинская [15], Л.О. Рослова [12]. Вопросы организации проектной и исследовательской деятельности учащихся глубоко исследовались как классиками педагогики (П.П. Блонский [4], С.Т. Шацкий [17]), так и современными учеными (А.И. Савенков [13], Е.С. Полат [14]). Анализ литературы и изучение педагогического опыта показывают, что, несмотря на обширную теоретическую базу, вопросы, связанные с целенаправленным формированием именно компонентов ФМГ на каждом этапе исследовательского проекта по математике, раскрыты недостаточно. Существует противоречие между необходимостью формирования ФМГ и обязательностью использования проектной деятельности, как средства обучения, с одной стороны, и недостаточной разработанностью конкретного методического инструментария, обеспечивающего их интеграцию для учителя-практика, с другой.

В связи с этим, исследовательской задачей данной работы является разработка заданий, направленных на формирование ФМГ на этапах подготовки исследовательского проекта. Решение данной задачи предполагает последовательную работу по следующим направлениям:

1. Определение ключевых понятий исследования – «функциональная математическая грамотность» и «исследовательский проект по математике» – и выделение на их основе структурных компонентов ФМГ и этапов проекта.
2. Установление связи между выделенными компонентами ФМГ и этапами проектной деятельности.
3. Разработка и демонстрация на практическом примере комплекта взаимосвязанных заданий, где каждое задание, соответствующее определенному этапу проекта, имеет четкую ориентацию на формирование конкретного элемента ФМГ.

Решение данной исследовательской задачи позволит перейти от декларации пользы проектов к созданию эффективного методического инструментария для учителя, обеспечивающего формирование математической грамотности школьников.

Исследовательская часть

Методологической основой исследования выступают:

Деятельностный подход (Л.С. Выготский [5], А.Н. Леонтьев [9]), в рамках которого развитие личности и ее качеств происходит в процессе целенаправленной деятельности, что обуславливает выбор проектной деятельности как средства формирования ФМГ.

Компетентностный подход (А.В. Хуторской [16], И.А. Зимняя [6]), ориентирующий на достижение учащимися способности применять полученные знания и умения в реальных жизненных ситуациях, что непосредственно соотносится с сущностью ФМГ.

В контексте нашего исследования под функциональной математической грамотностью будем понимать интегративное качество личности, проявляющееся в способности: распознавать и формулировать математические проблемы в разнообразных контекстах; строить, применять и интерпретировать математические модели для решения этих проблем; рассуждать математически, выстраивая логические цепочки; анализировать и оценивать полученные результаты [15].

На основе анализа литературы [3, 15] нами выделены следующие ключевые компоненты ФМГ:

1. Предметно-содержательный (когнитивный): владение системой математических знаний (факты, понятия, алгоритмы).

2. Деятельностный (процедурный): умения применять знания в новой ситуации, выбирать стратегию решения, проводить математическое моделирование.

3. Коммуникативный: умения воспринимать и интерпретировать математическую информацию, представленную в разной форме, аргументировать свою позицию.

4. Рефлексивно-оценочный: умения критически оценивать ход и результат решения, проверять ответ на правдоподобие, осознавать границы применимости модели.

Исследовательский проект по математике определим, как целенаправленную, организованную деятельность учащихся, в процессе которой они решают проблему с заранее неизвестным решением, следуя научным методам познания (выдвижению гипотезы, ее проверке, анализу результатов) [8, 10]. На основе обобщения подходов, представленных в работах [1, 2, 8, 13], в структуре проекта выделим пять последовательных этапов:

1. Подготовительный (проблемно-целевой) этап - перевод бытовой или учебной ситуации в плоскость математической проблемы. На этом этапе происходит «встреча» с проблемой, которая не имеет для ученика готового решения.

2. Этап планирования - проектирование будущей исследовательской деятельности, выбор и обоснование математического инструментария.

3. Исполнительский (моделирующий) этап - непосредственная реализация плана, проведение математического эксперимента и построение модели.

4. Аналитико-рефлексивный - критический анализ полученных результатов, их интерпретация и оценка адекватности использованной модели.

5. Презентационный - представление процесса и результатов исследования, их защита и обсуждение.

Для установления методической связи между процессом подготовки исследовательского проекта и формируемым результатом (ФМГ) соотнесем этапы проекта с компонентами ФМГ (Таблица).

Таблица

Соотнесение этапов исследовательского проекта и формируемых компонентов ФМГ

Этап исследовательского проекта	Формируемый компонент ФМГ	Характер заданий (направленность)
1. Подготовительный	Коммуникативный, рефлексивно-оценочный	Анализ реальной ситуации, формулировка проблемы и цели на математическом языке
2. Планирования	Деятельностный, предметно-содержательный	Выбор математического аппарата, планирование шагов решения, прогнозирование
3. Исполнительский	Предметно-содержательный,	Непосредственные вычисления, построение

Этап исследовательского проекта	Формируемый компонент ФМГ	Характер заданий (направленность)
	деятельностный	графиков/моделей, проведение измерений
4. Аналитико-рефлексивный	Рефлексивно-оценочный (ключевой), деятельностный	Интерпретация результатов в контексте задачи, оценка адекватности модели, поиск ошибок
5. Презентационный	Коммуникативный (ключевой), рефлексивно-оценочный	Визуализация данных, структурирование доклада, аргументация и защита своих выводов

Проведенное соотнесение позволило определить характер заданий, формирующих конкретные компоненты ФМГ на каждом этапе подготовки исследовательского проекта.

Результаты

В качестве практической реализации сформулированных выше положений, рассмотрим проект для учащихся 9–10 классов: «Оптимизация формы банки: почему большинство банок цилиндрические?».

Цель проекта: исследовать зависимость между объемом и площадью поверхности цилиндра и обосновать экономическую эффективность данной формы для производства банок.

Комплекс заданий, обеспечивающий поэтапное формирование компонентов ФМГ:

Этап 1. Подготовительный

Задание: «Проанализируйте параметры банок разных объемов (сока, консервов). Сформулируйте гипотезу: какие параметры банки (радиус, высота) минимизируют расход материала (жести) при заданном объеме? Сформулируйте цель и задачи исследования».

Формируемый компонент ФМГ: коммуникативный (перевод бытового наблюдения в математическую проблему), рефлексивно-оценочный (оценка существующих объектов и выдвижение гипотезы).

Этап 2. Планирования

Задание: «Какие математические понятия и формулы вам понадобятся для выполнения анализа? (объем и площадь поверхности цилиндра, функция, производная для нахождения экстремума). Составьте план исследования: 1) Вывести функцию площади поверхности от одного параметра (радиуса) при постоянном объеме. 2) Исследовать эту функцию на экстремум».

Формируемый компонент ФМГ: деятельностный (выбор математического инструментария), предметно-содержательный (актуализация знаний формул).

Этап 3. Исполнительский

Задание:

1. Пусть $V = \text{const}$. Выразите высоту h через объем V и радиус R .
2. Запишите функцию полной площади поверхности $S(R) = 2\pi R^2 + 2\pi R * h$. Подставьте h из п. 1.
3. Найдите производную $S'(R)$ и критические точки функции.
4. Докажите, что в найденной критической точке функция достигает минимума.
5. Найдите отношение h/R для оптимальной банки.

Формируемый компонент ФМГ: предметно-содержательный (выполнение вычислений), деятельностный (реализация плана, математическое моделирование).

Этап 4. Аналитико-рефлексивный

Задание:

1.Получилось ли у вас, что для цилиндра с минимальной площадью поверхности высота равна диаметру ($h = 2R$)? Сравните (с помощью измерения) этот теоретический результат с реальными банками. У всех ли банок длина диаметра совпадает с высотой?

2.Почему на практике банки часто уже и выше? (Предложите ученикам выдвинуть гипотезы: удобство держания в руке, технология производства, экономия на жести крышки и дна и т.д.).

3.Оцените, насколько ваша модель идеальна? Что она не учитывает? (Толщину стенок, форму швов, наличие крышки).

Формируемый компонент ФМГ: рефлексивно-оценочный (критический анализ результата, осознание ограниченности модели), деятельностный (выход за рамки чистой математики, учет дополнительных условий).

Этап 5. Презентационный

Задание: Подготовьте презентацию, в которой:

1.Наглядно (с помощью графика) покажите зависимость площади поверхности от радиуса.

2.Приведите пошаговое математическое решение.

3.Сформулируйте основной вывод (теоретически оптимальная форма).

4.Объясните расхождение теории и практики, представив свои гипотезы.

5.Ответьте на вопрос: "Можно ли ваше исследование применить к оптимизации формы других емкостей (бутылок, коробок)?"

Формируемый компонент ФМГ: коммуникативный (визуализация и объяснение математических фактов, аргументация), рефлексивно-оценочный (обобщение и перенос результатов).

Заключение

Разработанный взаимосвязанный комплекс заданий представляет собой не набор разрозненных упражнений, а целостную структуру, органично встроенную в логику исследовательского проекта. Каждое задание целенаправленно формирует конкретный компонент ФМГ: задания подготовительного и презентационного этапов развивают коммуникативные навыки; задания аналитико-рефлексивного этапа целенаправленно формируют критическое мышление и рефлексия; задания планирования и исполнительского этапов укрепляют предметные знания и деятельностные умения в контексте их осмысленного применения.

Таким образом, предложенный подход доказывает, что исследовательский проект, оснащенный специально разработанным комплексом взаимосвязанных заданий, является эффективным средством формирования функциональной математической грамотности, переводя знания учащихся из формальных в деятельностные и личностно значимые. Перспективой дальнейшего исследования является апробация данного методического инструментария в школьной практике и оценка ее эффективности.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Аввакумова, И.А. Формирование профессиональной готовности будущего учителя математики к организации учебно-исследовательской и проектной деятельности школьников / И.А. Аввакумова, Н.В. Дударева. – Текст : непосредственный // Педагогическое образование в России. – 2016. – № 7. – С. 113–119.
2. Аксенова, О.В. Организация учебно-исследовательской деятельности школьников в процессе изучения математики и физики / О.В. Аксенова, Б.М. Игошев, Т.Н. Шамало. – Текст : непосредственный // Педагогическое образование в России. – 2024. – № 6. – С. 264–271.
3. Басалаева, Н.В. Современные представления о математической грамотности и креативном мышлении как компонентах функциональной грамотности / Н.В. Басалаева, А.В.

- Фирер, Т.В. Захарова. – Текст : непосредственный // Перспективы науки. – 2021. – № 4(139). – С. 117–119.
4. Блонский, П.П. Избранные педагогические произведения / П.П. Блонский. – Москва : Изд-во АПН РСФСР, 1961. – 695 с. – Текст : непосредственный.
5. Выготский, Л.С. Педагогическая психология / Л. С. Выготский. – Москва : АСТ, 2008. – 671 с. – Текст : непосредственный.
6. Зимняя, И.А. Компетентностный подход. Каково его место в системе современных подходов к проблемам образования? (теоретико-методологический аспект) / И.А. Зимняя. – Текст : непосредственный // Высшее образование сегодня. – 2006. – № 8. – С. 20–26.
7. Ковалева, Г.С. Функциональность проекта "Мониторинг формирования функциональной грамотности обучающихся" / Г.С. Кочева, Н.И. Колачев. – Текст : непосредственный // Отечественная и зарубежная педагогика. – 2023. – № 1 (90). – С. 9–32.
8. Косиков, А.В. Развитие индивидуальной проектно-исследовательской деятельности обучающихся в учебном процессе по алгебре и началам анализа / А.В. Косиков, И.Г. Липатникова. – Текст : непосредственный // Педагогическое образование в России. – 2012. – № 5. – С. 55–59.
9. Леонтьев, А.Н. Деятельность. Сознание. Личность / А.Н. Леонтьев. – Москва : Смысл, Academia, 2005. – 352 с. – Текст : непосредственный.
10. Поляк, И.В. Рекомендации учителю при работе со школьниками над исследовательскими проектами по математике / И.В. Поляк. – Текст : непосредственный // Вестник Московского городского педагогического университета. Серия: Информатика и информатизация образования. – 2019. – № 2 (48). – С. 87–93.
11. Российская Федерация. Министерство просвещения. Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования : приказ от 31 мая 2021 № 287. – Текст : электронный // ГАРАНТ.РУ : информ.-правовой портал. – URL: <https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/401333920/>.
12. Рослова, Л.О. Содержание математического образования в контексте формирования функциональной математической грамотности / Л.О. Рослова, М.А. Бачурина. – Текст : непосредственный // Образовательное пространство в информационную эпоху – 2019 : сб. науч. тр. : материалы Междунар. науч.-практ. конф. (Москва, 04–06 июня 2019 г.) / под ред. С. В. Ивановой. – Москва : Ин-т стратегии развития образования РАО, 2019. – С. 1054–1068.
13. Савенков, А.И. Педагогика. Исследовательский подход. В 2 ч. Ч. 2 : учебник и практикум для вузов / А.И. Савенков. – 2 изд. – Москва : Юрайт, 2023. – 187 с. – Текст : непосредственный.
14. Современные педагогические и информационные технологии в системе образования : учеб. пособие для вузов / Е. С. Полат, М. Ю. Бухаркина [и др.] ; под ред. Е. С. Полат. – Москва : Академия, 2007. – 368 с. – Текст : непосредственный.
15. Функциональная грамотность: вызовы и эффективные практики / под ред. М. А. Пинской, И. М. Улановской. – Москва : Национальное образование, 2022. – 256 с. – Текст : непосредственный.
16. Хуторской, А.В. Ключевые компетенции как компонент личностно-ориентированной парадигмы образования / А.В. Хуторской. – Текст : непосредственный // Народное образование. – 2003. – № 2. – С. 58–64.
17. Шацкий, С.Т. Избранные педагогические сочинения. В 2 т. / С.Т. Шацкий. – Москва : Педагогика, 1980. – Текст : непосредственный.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ:

И.А. Аввакумова, кандидат педагогических наук, доцент кафедры высшей математики и методики обучения математике, ФГАОУ ВО «Уральский государственный педагогический университет», г. Екатеринбург, Россия, e-mail: avvaia@mail.ru.

Д.А. Богданова, студентка 4 курса, направление подготовки «Математика и Информатика», ФГАОУ ВО «Уральский государственный педагогический университет», г. Екатеринбург, Россия, e-mail: dasha.a_bogdanova@mail.ru.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS:

I.A. Avvakumova, Ph. D. in Pedagogy, Associate Professor, Department of Higher Mathematics and Methods of Teaching Mathematics, Ural State Pedagogical University, Yekaterinburg, Russia, e-mail: avvaia@mail.ru.

D.A. Bogdanova, Student, field of training “Mathematics and Computer Science”, Ural State Pedagogical University, Yekaterinburg, Russia, e-mail: dasha.a_bogdanova@mail.ru.