

УДК 372.851

Виталина Дмитриевна Дюкина
Ирина Николаевна Семенова
г. Екатеринбург

О составлении заданий для формирования исследовательских действий «анализ» и «аналогия» у учащихся при изучении математики

Аннотация. На основе выделенных деятельностных сущностей мыслительных операций «анализ» и «аналогия» представлены идеи по формированию этих операций у школьников на внутрипредметном, межпредметном и жизненном уровнях. С учетом выделенных идей составлены четыре схемы, содержащие порядок действий для самостоятельного формулирования учителем математики заданий с целью формирования у школьников исследовательских действий «анализ» и «аналогия». В качестве иллюстрации реализации представленных в статье схем для каждой сформулированы примеры заданий, которые могут быть включены при изучении тем: «Переместительное и сочетательное свойства сложения» (5-й класс), «Арифметические действия с обыкновенными дробями» (6-й класс), «Применение букв для записи математических выражений и предложений» (6-й класс), «Сложение, вычитание, умножение и деление алгебраических дробей» (8-й класс), «Линейные неравенства с одной переменной и их решение» (8-й класс) школьного курса математики.

Ключевые слова: анализ; аналогия; схемы по составлению заданий; задания для формирования исследовательского действия «анализ»; задания для формирования исследовательского действия «аналогия».

Vitalina Dmitrievna Dyukina
Irina Nikolaevna Semenova
Yekaterinburg

On the compilation of tasks for the development of research activities “analysis” and “analogy” in students when studying mathematics

Abstract. Based on the identified activity entities of the mental operations “analysis” and “analogy” ideas are presented for the formation of these operations in schoolchildren at the intra-subject, inter-subject and life levels. Taking into account the identified ideas, four schemes were compiled containing the order of actions for the independent formulation of tasks by a mathematics teacher in order to form the research actions “analysis” and “analogy” in schoolchildren. As an illustration of the implementation of the schemes presented in the article, examples of tasks are formulated for each of them that can be included in the study of the topics: “Commutative and associative properties of addition” (5th grade), “Arithmetic operations with ordinary fractions” (6th grade), “Using letters to write mathematical expressions and sentences” (6th grade), “Addition, subtraction, multiplication and division of algebraic fractions” (8th grade), “Linear inequalities with one variable and their solution” (8th grade) of the school mathematics course.

Keywords: analysis; analogy; schemes for composing tasks; tasks for developing the research action “analysis”; tasks for developing the research action “analogy”.

Введение. Исследовательские умения и навыки являются важной частью жизни человека, так как каждый день он сталкивается с большим количеством информации. В связи с этим появляется необходимость в умении использовать информацию, выделять в ней конкретные части и интерпретировать получаемую информацию в зависимости от поставленной задачи (предметной, учебной или жизненной). Таким образом, становится очевидным необходимость в анализе, синтезе, сравнении и других преобразованиях

информации для установлений личностью ее понимания с целью формирования как собственного, так и общественного мнения. Значимость выделенных запросов личности отражается в нормативных документах, регламентирующих образование в Российской Федерации. Так, формирование у школьников исследовательских умений и навыков как цели, прописано в Федеральном государственном образовательном стандарте основного общего образования [10] и Федеральной рабочей программе [9] (далее ФРП) в личностных и метапредметных результатах. Диапазон названных в приведенных документах исследовательских умений достаточно широк и включает, в частности, анализ и аналогию, которые являются исследовательскими действиями. При этом укажем, что формированию и диагностике этих действий у учащихся разных возрастов посвящены работы многих исследователей (например, [4], [5], [6], [8]). Однако потребность в дальнейшем рассмотрении и разработке средств формирования у учеников исследовательских действий остается, так как вариативность их использования в процесс обучения школьников при изучении различных предметных курсов не исчерпана. В контексте вышесказанного поставим исследовательскую задачу, связанную с составлением вариантов схем, отражающих методологию самостоятельного составления учителями заданий для формирования у учащихся исследовательских действий «анализ» и «аналогия» при изучении школьного курса математики.

Исследовательская часть. Для решения сформулированной исследовательской задачи по построению схем для формулировок заданий с целью формирования исследовательских действий «анализ» и «аналогия»:

- выделим деятельностную сущность этих мыслительных операций,
- сформулируем идеи нахождения аналогии для внутрипредметного, межпредметного и жизненного уровней,
- на основе сформулированных идей, объединяя деятельностные сущности анализа и аналогии, установим порядок действий по составлению заданий в виде схем,
- для иллюстрации приведем варианты реализации для каждой из схем на примере заданий для школьного курса математики.

Приступая к решению поставленной исследовательской задачи, на основе работы А.В. Слепухина и его соавторов определим, что под исследовательским действием «анализ» будем понимать логический прием, с помощью которого мысленно расчленяются предметы, явления и процессы с выделением их отдельных частей и свойств [7, С. 112]. Необходимость анализа при формировании исследовательского действия «аналогия» обуславливается тем, что именно посредством анализа происходит выделение фрагментов, которые необходимы для нахождения подобного.

Основываясь на принятом определении понятия «анализ», деятельностную сущность которого определим следующим образом:

- выделение основания разделения,
- выделение отдельных частей, позволяющих провести целевое детальное исследование.

Также определим сущность понятия «аналогия». Согласно труду Н.И. Кондакова, с одной стороны, аналогия выступает как сходство между предметами, явлениями и так далее, а с другой стороны, она рассматривается как индуктивное умозаключение, когда на основе сходства двух объектов по каким-то одним параметрам делается вывод об их сходстве по другим параметрам [3, С. 37-40].

На основании рассмотренного определения понятия «аналогия», деятельностную сущность этого исследовательского действия определим следующим образом:

- нахождение сходства,
- нахождение (установление) соответствия.

При этом укажем, что ранее нами была рассмотрена деятельностная сущность аналогии в процессе работы с математическим материалом на разных уровнях [1]. В

частности, мы выделили, что на внутриспредметном уровне эта сущность состоит в следующем: нахождение сходства, соответствия между двумя и более математическими объектами или понятиями, свойствами, алгоритмами. Рассматривая темы школьного курса математики на основе ФРП с точки зрения данного уровня, прослеживается возможность нахождения необходимого сходства по двум идеям, первая идея – поиск схожих фрагментов по использованию словосочетания, вторая – поиск схожих правил по сути действий. Шаги по составлению примеров заданий отразим в схемах (Рис. 1, Рис. 2).



Рис. 1. Схема порядка действий по составлению заданий для формирования исследовательских действий «анализ» и «аналогия» при наличии схожих формулировок в разных темах школьного курса математики



Рис. 2. Схема порядка действий по составлению заданий для формирования исследовательских действий «анализ» и «аналогия» при наличии схожих действий в разных темах школьного курса математики

Сформулированные идеи способствуют не только формированию исследовательских действий «анализ» и «аналогия», но и выделению акцента на новом, не изучаемом ранее, материале, что, по нашему мнению, будет способствовать формированию образовательной категории «понимание» по О.Б. Епишевой [2].

На межпредметном и жизненном уровнях деятельностная сущность понятия «аналогия» состоит в следующем: нахождение сходства, соответствия между двумя и более объектами или понятиями при наличии, как минимум, одного математического объекта, понятия. Рассматривая темы школьного курса математики на основе ФРП с точки зрения данного уровня, также прослеживается возможность нахождения необходимого сходства по двум идеям, первая – одинаковые понятия и совпадающая суть их процессов в жизни и в математике, вторая – схожие сути процессов в жизни и в математике. Шаги по составлению примеров заданий также отразим в схемах (Рис. 3, Рис. 4).



Рис. 3. Схема порядка действий по составлению заданий школьного курса математики для формирования исследовательских действий «анализ» и «аналогия» при наличии одинакового понятия в жизни и в математике



Рис. 4. Схема порядка действий по составлению заданий школьного курса математики для формирования исследовательских действий «анализ» и «аналогия» при наличии схожих процессов в жизни и в математике

Продemonстрируем каждую из выделенных идей примерами заданий для школьного курса математики. Первую идею, выделенную для формирования исследовательских действий «анализ» и «аналогия» на внутрипредметном уровне, которая основана на реализации наличия схожих фрагментов по использованию словосочетания, приведенную выше на Рис. 1, проиллюстрируем на примере темы «Линейные неравенства с одной переменной и их решение» (8-й класс) в разделе «Уравнение и неравенства. Неравенства» (согласно ФРП). Сравнивая алгоритмы решения линейных неравенств и решения линейных уравнений, можно заметить одинаковые слова и словосочетания, которые отражают действия по их решению, в их формулировках. Сформулируем примеры заданий согласно порядку действий на Рис. 1.

Примеры заданий:

1. Сравните алгоритм решения линейных неравенств и алгоритм решения линейных уравнений, подчеркнув схожие в них шаги.
2. Сформулируйте вывод, содержащий ответ на вопрос: какие действия используются в обоих алгоритмах. Назовите эти действия, используя математический язык.
3. Сформулируйте вывод, содержащий ответ на вопрос: какие действия используются только в одном из алгоритмов. Назовите эти действия, используя математический язык.

Результатом выполнения предложенных заданий станет проведение анализа и установление аналогии между алгоритмами решений линейных неравенств и линейных уравнений, выявление схожих действий в их реализации, а также переход к новому, не изучаемому ранее, материалу, а именно свойствам линейных неравенств (то есть, по О.Б. Епишевой [2] происходит формирование понимания).

Реализацию второй идеи рассматриваемого уровня, основанную на фиксации (при поиске) схожих правил по сути действий, шаги по составлению примеров заданий которой показаны на Рис. 2, проиллюстрируем на примере темы «Сложение, вычитание, умножение и деление алгебраических дробей» (8-й класс) в разделе «Алгебраические выражения.

Алгебраическая дробь» (согласно ФРП). Так как все из перечисленных вычислительных операций схожи по процессу со сложением, вычитанием, умножением и делением обыкновенных дробей соответственно, сформулируем примеры заданий согласно схеме, отраженной на Рис. 2.

Примеры заданий:

1. Сравните действия, совершаемые при сложении обыкновенных дробей и алгебраических дробей.
2. Сформулируйте вывод, содержащий ответ на вопрос: какие действия используются в обоих случаях. Назовите эти действия, используя математический язык.
3. Сформулируйте вывод, содержащий ответ на вопрос: какие условия появляются в сложении алгебраических дробей, но отсутствуют в сложении обыкновенных дробей. Назовите эти действия, используя математический язык.
4. Прodelайте такую же работу (аналогичную) с действием вычитания, умножения и деления.

В результате учащиеся установят аналогию на основе анализа между схожими действиями в сложении, вычитании, умножении и делении алгебраических дробей и в сложении, вычитании, умножении и делении соответственно обыкновенных дробей. Выполнение заданий также способствует созданию возможности акцентировать внимание на новом, не изучаемом ранее, материале, который основан на отличительных шагах решения (что также способствует формированию образовательной категории «понимание» по [2]).

Первую идею, выделенную для формирования исследовательских действий «анализ» и «аналогия» в межпредметном и жизненном уровнях и основанную на выделении одинакового понятия в жизни и в математике и их схожей сути процессов, приведенную выше на Рис. 3, покажем на примере заданий для темы «Переместительное и сочетательное свойства сложения» (5-й класс) раздела «Натуральные числа. Действия с натуральными числами» в блоке «Переместительное и сочетательное свойства сложения и умножения, distributive свойство умножения» (согласно ФРП). В данном случае аналогию возможно провести с жизнью, посредством анализа, выделив совпадающую суть процессов в математике и в жизни относительно понятий «перемещение» и «сочетание». Сформулируем примеры заданий согласно порядку действий на Рис. 3.

Примеры заданий:

1. Назовите примеры перемещения в жизни (что или кого мы можем перемещать в жизни?).
2. Опишите суть (смысл, содержание) действия «перемещение», основываясь на ваших примерах (как происходит перемещение в ваших примерах?).
3. Назовите примеры использования понятия «перемещение» в математике.
4. Сделайте вывод, содержащий ответ на вопрос: есть ли схожесть в выполнении действия перемещения в жизни и в применении переместительного свойства сложения.
5. Назовите примеры сочетания в жизни (что мы можем сочетать в жизни?).
6. Опишите суть (смысл, содержание) действия «сочетание», основываясь на ваших примерах (как происходит сочетание в ваших примерах?).
7. Назовите примеры использования понятия «сочетание» в математике.
8. Сделайте вывод, содержащий ответ на вопрос: есть ли схожесть в выполнении действия сочетания в жизни и в применении сочетательного свойства сложения.

После выполнения предложенных заданий учащиеся выявят сути действий «перемещение» и «сочетание», приведут большое количество примеров, в которых эти действия встречаются, а также перейдут от жизни к математике и наоборот путем осознания аналогичности алгоритма действий для реализации перемещения и сочетания как в жизни, так и в математике (что также способствует формированию образовательной категории «понимание» по [2]).

Реализацию второй идеи рассматриваемого уровня, основанную на установлении аналогии между схожими процессами в жизни и в математике, шаги по составлению примеров заданий которой описаны на Рис. 4, реализуем на примере темы «Арифметические действия с обыкновенными дробями» (6-й класс) в блоке «Арифметические действия с обыкновенными и десятичными дробями» в разделе «Дробь» (согласно ФРП). В данном случае возможно провести аналогию через анализ действий прихода к компромиссу людей в жизни и нахождения общего знаменателя двух дробей в математике. Согласно схеме на Рис. 4, сформулируем примеры заданий.

Примеры заданий:

1. Объясните понятие «компромисс» (что такое компромисс в жизни?).
2. Назовите примеры из жизни, в которых людям необходимо прийти к компромиссу.
3. Объясните причины необходимости прихода к компромиссу в ваших примерах (почему в этих примерах необходимо людям прийти к компромиссу?).
4. Объясните процесс прихода к компромиссу между двумя людьми.
5. Назовите примеры похожего процесса в математике.
6. Сделайте вывод, содержащий ответ на вопрос: есть ли схожесть в процессах прихода к компромиссу между людьми в жизни и приведением дробей к общему знаменателю в математике.

Результатом также станет выявление сути действий и причин возникновения необходимости прихода к компромиссу на основании большого количества примеров из жизни, интерпретация на математику и наоборот путем осознания аналогичности действий для прихода к компромиссу между людьми в жизни и между двумя дробями в математике путем поиска их общего знаменателя для дальнейшего сложения или вычитания (что также способствует формированию образовательной категории «понимание» по [2]).

Сформулируем примеры заданий также и для темы «Применение букв для записи математических выражений и предложений» (6-й класс) в разделе «Выражения с буквами» (согласно ФРП). В ней также возможно провести аналогию, основанную на второй идее межпредметного и жизненного уровней, так как между словами, используемых в предложениях, в которых не важна конкретика для понимания его сути, в жизни и буквами в записи математических выражений или предложений нет разницы по смыслу.

Примеры заданий:

1. Объясните смысл понятия «конкретика» (что такое конкретика?).
2. Назовите примеры из жизни, в которых необязательно знать точное число или описание чего-либо, то есть не важна конкретика.
3. Объясните причины отсутствия необходимости в конкретике в ваших примерах (почему в этих примерах все понятно без особой конкретики?).
4. Назовите слова (словосочетания), которые вы используете, когда не важна конкретика.
5. Приведите примеры из математики, в которых вы используете слова (словосочетания) выделенные в задании 4.
6. Сделайте вывод, содержащий ответ на вопрос: есть ли схожесть в понимании предложений, в которых отсутствует конкретика путем использования слов «сколько-то», «несколько» и другое в жизни, и понимании записи с использованием букв в математическом выражении или предложении.
7. Сделайте вывод, содержащий ответ на вопрос: одинаковая ли цель использования букв в математике и слов «сколько-то», «несколько» и других в жизни.

В результате выполнения заданий учащиеся интерпретируют примеры из жизни на математику и наоборот посредством анализа и аналогии для выявления причин отсутствия конкретики при некоторых высказываниях в жизни и использованием букв в записи математических выражений и предложений.

Заключение. На основании поставленной нами цели были составлены четыре схемы, отражающие порядок действий по составлению заданий для формирования исследовательских действий «анализ» и «аналогия», основанных на четырех идеях трех разных уровней: внутрипредметном, межпредметном, жизненном. Для иллюстрации были составлены примеры заданий для тем разных классов с целью показать универсальность применения данных идей для школьников различных возрастов. Обсуждение представленного материала с учителями школ Свердловской области позволило сформулировать суждение о том, что предложенные идеи, схемы и задания (а также аналогичные им) могут способствовать формированию исследовательских действий «анализ» и «аналогия» у учащихся при изучении школьного курса математики.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Дюкина, В.Д. Примеры заданий для формирования исследовательских действий анализа и аналогии у учащихся при изучении школьного курса математики / В.Д. Дюкина. – Текст : непосредственный // Формирование мышления в процессе обучения естественнонаучным, технологическим и математическим дисциплинам : сб. ст. междунар. науч.-образоват. форума, Екатеринбург, 21–22 ноября 2024 г. : в 2 ч. – Екатеринбург : Урал. гос. пед. ун-т, 2024. – Ч. 1. – С. 171-177.
2. Епишева, О.Б. Технология обучения математике на основе деятельностного подхода : книга для учителя / О.Б. Епишева. – Москва : Просвещение, 2003. – 223 с. – Текст : непосредственный.
3. Кондаков, Н.И. Логический словарь-справочник / Н.И. Кондаков ; отв. ред. Д. П. Горский. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Наука, 1975. – 721 с. – Текст : непосредственный.
4. Костюченко, Р.Ю. Аналогия в науке и обучении / Р.Ю. Костюченко – Текст : непосредственный // Вестник СИБИТа. – 2017. – № 4. – С. 136-141.
5. Леконцева, В.А. Формирование умения анализировать на примере организации работы обучающихся с текстом сюжетных задач в 5-6-х классах / В.А. Леконцева, А.В. Закирова, Э.О. Ладэ, И.Н. Семенова – Текст : непосредственный // Современное образование: опыт прошлого, взгляд в будущее : сб. ст. Всерос. метод.-практ. конф., 6 дек. 2020 г. – Петрозаводск : МЦНП «Новая наука», 2020. – С. 56-62.
6. Российская Федерация. Министерство просвещения. Об утверждении федеральной рабочей программы основного общего образования : приказ Минпросвещения России от 29.11.2023 № 428. – Текст : электронный // Официальный интернет-портал правовой информации : сайт. – URL: <http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/0001202312010022?index=0&rangeSize=1> (дата обращения: 05.09.2025).
7. Российская Федерация. Министерство просвещения. Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования : приказ Минпросвещения России от 31.05.2021 № 287 (ред. от 22.01.2024) – Текст : электронный // Официальный интернет-портал правовой информации : сайт. – URL: <http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/0001202107050028> (дата обращения: 05.09.2025).
8. Слепухин, А.В. Диагностика профессиональной направленности школьников с использованием новых информационных технологий : учеб. пособие / А.В. Слепухин ; Урал. гос. пед. ун-т. – Екатеринбург, 2007. – 95 с. – Текст : непосредственный.
9. Слепухин, А.В. Развитие у учащихся умения анализировать в процессе работы с математическим материалом / А.В. Слепухин, Е.И. Токарева, И.Н. Семенова – Текст : непосредственный // Актуальные проблемы теории и практики обучения физико-математическим и техническим дисциплинам в современном образовательном пространстве : сб. ст. V Всерос. (с междунар. участием) науч.-практ. конф. – Курск, 2021. – С. 112-116.
10. Эрдниев, П.М. Аналогия в математике / П.М. Эрдниев. – Москва : Знание, 1970. – 32 с. – Текст : непосредственный.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ:

В.Д. Дюкина, студентка 5 курса, направление подготовки «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки). Математика и информатика», ФГАОУ ВО «Уральский государственный педагогический университет», г. Екатеринбург, Россия, e-mail: vitalinadvd@outlook.com.

И.Н. Семенова, кандидат педагогических наук, доцент кафедры высшей математики и методики обучения математике, ФГАОУ ВО «Уральский государственный педагогический университет», г. Екатеринбург, Россия, e-mail: semenova_i_n@mail.ru.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS:

V.D. Dyukina, 5th year Student, field of training “Pedagogical Education (with two training profiles). Mathematics and Informatics”, Ural State Pedagogical University, Yekaterinburg, Russia, e-mail: vitalinadvd@outlook.com.

I.N. Semenova, Ph. D. in Pedagogical Sciences, Associate Professor, Department of Higher Mathematics and Methods of Teaching Mathematics, Ural State Pedagogical University, Yekaterinburg, Russia, e-mail: semenova_i_n@mail.ru.