

УДК 372.851

Полина Евгеньевна Кед
Оксана Александровна Кириллова
г. Шадринск

Умения решать интегралы – важный аспект подготовки студентов-программистов

Данная статья посвящена методическим рекомендациям преподавания интегралов студентам IT-специальностей. Рассматриваются основные трудности студентов в освоении этого раздела высшей математики, которые связаны с абстрактностью понятий, сложностью логической структуры и недостаточной подготовкой в области математического анализа. Особое внимание уделяется необходимости адаптации образовательного процесса к профессиональным интересам студентов-программистов. Авторы подчеркивают важность демонстрации практического применения интегралов в программировании, численных методах и моделировании физических процессов. В статье представлены различные методические решения для повышения эффективности обучения, такие как использование программных средств визуализации и автоматизации математических вычислений. Такой подход помогает студентам лучше понять физический и прикладной смысл интегралов. Авторы подчеркивают, что важно мотивировать студентов, связывая математические методы с реальными задачами, с которыми они столкнутся в своей будущей профессии.

Ключевые слова: интегралы, методика преподавания, математическая подготовка, высшая математика.

Polina Evgenievna Ked
Oksana Aleksandrovna Kirillova
Shadrinsk

Skills in solving integrals as an important aspect of training programming students

This article is devoted to methodological recommendations for teaching integrals to students majoring in IT. The main difficulties of students in mastering this section of higher mathematics are considered which are associated with the abstractness of concepts, the complexity of the logical structure and insufficient training in the field of mathematical analysis. Particular attention is paid to the need to adapt the educational process to the professional interests of programming students. The authors emphasize the importance of demonstrating the practical application of integrals in programming, numerical methods and modeling of physical processes. The article presents various methodological solutions for improving the effectiveness of training, such as the use of software visualization and automation of mathematical calculations. This approach helps students better understand the physical and applied meaning of integrals. The authors emphasize that it is important to motivate students by linking mathematical methods with real problems that they will face in their future profession.

Keywords: integrals, teaching methods, mathematical training, higher mathematics.

Математика – одна из фундаментальных наук, лежащих в основе многих технических и естественных наук. Среди студентов других специальностей, кроме педагогики, часто возникает вопрос: для чего нужно изучать интегралы, если они не связаны напрямую с их будущей профессиональной деятельностью? Этот вопрос актуален и сегодня, когда различные технические процессы и научные исследования требуют глубокого понимания математических методов.

В настоящее время в сфере образования наблюдается беспрецедентное увеличение роли математизации научных знаний, что, без сомнения, оказывает положительное влияние на профессиональное развитие личности будущих программистов. Методы математического анализа все активнее внедряются в различные области деятельности, и высококвалифицированные специалисты любой области должны быть хорошо осведомлены с этими методами. Стремление современных специалистов соответствовать требованиям ФГОС ВПО, несомненно, должно находить отражение в содержании учебного курса математики. Особенно это важно для формирования необходимых компетенций у будущих специалистов в области программирования.

Цель курса математики заключается в улучшении уровня математических знаний студентов, стимулировании их аналитического мышления и развитии ключевых личностных компетенций.

Основной задачей курса математического анализа является овладение математическими инструментами, которые связаны с такими процессами, как анализ, синтез, сравнение, абстрагирование, обобщение, конкретизация, ассоциация, мотивация и так далее. Мы убеждены, что будущие программисты должны обладать способностью сознательно и компетентно использовать математические модели для анализа реальных процессов и явлений, опираясь на основы математического анализа. Кроме того, они должны обладать определенным комплексом математических знаний, умений и навыков, необходимых для дальнейшего углубленного изучения различных учебных дисциплин и самостоятельного освоения материала. В связи с этим, вызывает особый интерес применение моделей и методик обучения, основанных на исследовательских подходах.

Важность интегралов в высшей математике нельзя недооценивать. Они являются одним из ключевых инструментов, используемых при решении множества задач в различных областях науки и техники. В области программирования интегралы играют особую роль в таких областях, как численные методы, обработка данных, компьютерная графика и моделирование физических процессов.

Основные трудности изучения связаны с высоким уровнем абстракции понятий, сложной логической структурой определений, недостатком времени для глубокого понимания и усвоения сложных вопросов, а также рядом других факторов. Таким образом, успешность изучения раздела «Интеграл» во многом определяется необходимостью адекватного формулирования образовательных целей курса и тщательным подбором теоретических и дидактических материалов, которые будут соответствовать методическим приемам и специфическим аспектам учебного процесса [7].

Чтобы успешно преодолеть данные трудности, с которыми сталкиваются студенты при демонстрации их понимания математических концепций и возможностях использования математических методов, важно обратить особое внимание на включение в учебные материалы и сборники задач примеров и задач прикладного характера. Эти примеры должны быть ориентированы именно на использование математических идей в контексте программирования, что делает их более актуальными и понятными для студентов. Также следует включать подробные примеры применения математических формул и понятий при изучении различных процессов, учитывая особенности их протекания.

Целью данной статьи является предложение методических решений и подходов, которые могут помочь преподавателям сделать процесс обучения более эффективным и ориентированным на профессиональные интересы студентов.

Студенты-программисты больше внимания уделяют практическому применению полученных знаний. Теоретические концепции, которые не отражаются непосредственно в их практике, могут восприниматься ими как не значимые. В связи с этим преподавание интегралов должно быть адаптировано к потребностям и особенностям восприятия информации именно этой категории учащихся. Особое внимание необходимо обратить на

связь теории с практикой и построению образовательного процесса, стимулирующего интерес к математике [4].

Практические задания для студентов, которые изучают программирование, должны соответствовать нескольким важным критериям. Во-первых, применение информационно-коммуникационных технологий (далее – ИКТ) в образовательном процессе, с одной стороны, содействует структурированию знаний студентов в конкретной области, а, с другой – может негативно сказываться на их творческих способностях при решении большинства задач. Чтобы минимизировать это отрицательное воздействие, следует применять подход, который позволит студентам реализовывать свои творческие идеи.

Во-вторых, задания должны способствовать развитию навыков самостоятельного обучения, что является основополагающим для их дальнейшего профессионального роста. Они также должны усиливать внутреннюю мотивацию студентов к обучению. Для этого важно, чтобы задания акцентировались на профессиональных аспектах и способствовали формированию понимания современных направлений в развитии технологий в области программирования. Кроме того, задания должны обеспечивать целостное представление о всех этапах разработки программного обеспечения на различных фазах проекта.

Математическое образование играет важную роль в профессиональной подготовке студентов в высших учебных заведениях. В ходе этого образовательного процесса математические навыки и знания выпускников вузов формируются под влиянием математики через освоение содержания различных областей математического цикла. Результатом математической подготовки в университете заключается в развитии технологической подготовленности и компетентности студентов, что позволяет им успешно справляться с задачами профессионального характера, для решения которых требуется использование математических методов [10].

Прежде чем перейти к методическим аспектам преподавания, важно обсудить ключевые математические концепции, лежащие в основе интегралов. Интегралы можно разделить на:

– неопределенный интеграл – это совокупность всех первообразных функций $F(x) + C$ для $f(x)$. Таким образом, по определению

$$\int f(x)dx = F(x) + C [6].$$

– определенный интеграл – это конечный предел интегральной суммы при условии, что число разбиений n стремится к бесконечности, а наибольшая из разностей Δx_i стремится к нулю, то есть

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{\max \Delta x_i} S_n = \lim_{\max \Delta x_i} \sum_{i=0}^{n-1} f(c_i)\Delta x_i [5].$$

Для студентов, изучающих программирование, важно понять эти два типа интегралов и их прикладное значение. Особое внимание следует уделить численным методам интегрирования, таким как метод трапеций и метод Симпсона, так как они имеют прямое применение в программировании.

Прежде чем приступить к комплексному изучению интегралов, студенты должны освоить такие понятия, как производные и пределы. Интегралы часто описываются как операция, обратная дифференцированию, поэтому важно, чтобы студенты умели находить производную функции и понимать ее физический и геометрический смысл, а также работать с пределом функции, так как пределы являются основой определения определенных интегралов и численных методов их вычисления.

Одной из главных особенностей обучения студентов-программистов является необходимость показать, как интегралы могут быть применены в их будущей профессиональной деятельности. Студентам необходимо освоить численные методы для вычисления интегралов в ситуациях, когда сложно или невозможно найти аналитические

решения. Используя специальные программы, студенты могут визуализировать графики функций и соответствующих интегралов, что способствует более глубокому пониманию их физического смысла [9].

Чтобы успешно освоить интегралы, студенты должны ознакомиться с несколькими важными теоремами, таблицей интегралов, а также свойствами:

– неопределенных интегралов:

1. $\left(\int f(x)dx\right)' = (F(x) + C)' = f(x);$
2. $d\left(\int f(x)dx\right) = \left(\int f(x)dx\right)' dx = f(x)dx;$
3. $\int dF(x) = \int F'(x)dx = \int f(x)dx = F(x) + C;$
4. $\int C \cdot f(x)dx = C \cdot \int f(x)dx$, где C – постоянная;
5. $\int (f(x) \pm g(x))dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx;$
6. $\int f(ax + b)dx = \frac{1}{a}F(ax + b) + C$ [3].

– определенных интегралов:

1. $\int_a^b C \cdot f(x)dx = C \cdot \int_a^b f(x)dx$, где C – постоянная;
2. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx;$
3. $\int_a^b (f(x) \pm \varphi(x))dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b \varphi(x)dx;$
4. Если $a < c < b$, то $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx;$
5. Теорема о среднем: Если функция $f(x)$ непрерывна на $[a; b]$, то существует точка $\varepsilon \in [a; b]$ такая, что $\int_a^b f(x)dx = (b - a)f(\varepsilon);$
6. Если $f(x) \geq 0$ на $[a; b]$, то $\int_a^b f(x)dx \geq 0;$
7. Если на $[a; b]$ $f(x) \leq \varphi(x)$, то $\int_a^b f(x)dx \leq \int_a^b \varphi(x)dx;$
8. $\left|\int_a^b f(x)dx\right| \leq \int_a^b |f(x)|dx$ [1].

Таблица интегралов:

1. $\int 0dx = C;$
2. $\int 1 \cdot dx = x + C;$
3. $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \alpha \neq -1;$
4. $\int \frac{dx}{x} = \ln x + C;$

$$\begin{aligned} 5. \int a^x dx &= \frac{a^x}{\ln a} + C; & 13. \int \frac{dx}{1+x^2} &= \operatorname{arctg} x + C; \\ 6. \int e^x dx &= e^x + C; & 14. \int \frac{dx}{a^2+x^2} &= \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C; \\ 7. \int \sin x dx &= -\cos x + C; & 15. \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} &= \arcsin x + C; \\ 8. \int \cos x dx &= \sin x + C; & 16. \int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} &= \arcsin \frac{x}{a} + C; \\ 9. \int \operatorname{tg} x dx &= -\ln|\cos x| + C; & 17. \int \frac{dx}{x^2-a^2} &= \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C; \\ 10. \int \operatorname{ctg} x dx &= \ln|\sin x| + C; & 18. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} &= \ln \left| x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right| + C [8]. \\ 11. \int \frac{1}{\cos^2 x} dx &= \operatorname{tg} x + C; \\ 12. \int \frac{1}{\sin^2 x} dx &= -\operatorname{ctg} x + C; \end{aligned}$$

Задания для самостоятельной работы студентов-программистов по методам интегрирования разрабатываются с учетом различий в уровнях подготовки студентов. На первом уровне методов интегрирования предлагаются задачи, требующие непосредственного интегрирования с использованием таблицы интегралов, а также методы разложения функций на слагаемые и тождественные преобразования выражений, находящихся под интегралом. Второй уровень включает не только задачи на интегрирование рациональных функций, но и интегрирование по частям и заменой переменной, преимущественно линейные подстановки. На третьем уровне находятся задачи, связанные с интегрированием иррациональных выражений различных типов, включая функции с радикалами и тригонометрические функции.

Задания по теме «Интегральное исчисление» разбиваются на три взаимосвязанные секции. Первая секция включает задания, которые в основном выполняются преподавателем во время лекций, с минимальным вовлечением студентов в процесс их выполнения. Вторая секция предполагает упражнения, разработанные для совместной работы в аудитории, которые организованы в формате интерактивного взаимодействия. Третья секция охватывает задания, которые студенты должны выполнять самостоятельно вне аудитории, связанные с рассматриваемой темой.

Прием «интегрирование» (рассмотрим случай с «Неопределенным интегралом») включает в себя следующие уровни понимания:

а) непонимание принципа приема, например, когда студент записывает:

$$\int (2x^4 + 3x^2 + x) dx = 2 \cdot 4x^3 + 3 \cdot 2x + 1 + C,$$

что указывает на путаницу между интегрированием и дифференцированием;

б) применение приема с внешними подсказками, когда, к примеру, он решает задачу:

$$\int \frac{(x-4)^2}{x} dx,$$

только после наставления преподавателя студент находит верное решение:

$$\begin{aligned} \int \frac{(x-4)^2}{x} dx &= \int \frac{x^2 + 2 \cdot 4x - 16}{x} dx = \\ &= \int \left(x + 8 - \frac{16}{x} \right) dx = \frac{x^2}{2} + 8x - 16 \ln|x| + C; \end{aligned}$$

в) самостоятельное использование приема в стандартной задаче, например, студент без подсказки решает задачу: найти

$$\int \cos 2x dx;$$

он пишет корректное решение:

$$\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \int 2 \cos 2x dx = \frac{1}{2} \int \cos 2x d(2x) = \frac{1}{2} \sin 2x + C;$$

г) самостоятельное использование приема в нестандартной ситуации, к примеру, найти

$$\int \frac{x^2 dx}{2x - 1};$$

студент выполняет искусственное преобразование

$$\frac{x^2}{2x - 1} = \frac{1}{2}x(2x - 1) + \frac{1}{4}(2x - 1) + \frac{1}{4}$$

и затем пишет верное решение:

$$\begin{aligned} \int \frac{x^2 dx}{2x - 1} &= \int \frac{\frac{1}{2}x(2x - 1) + \frac{1}{4}(2x - 1) + \frac{1}{4}}{2x - 1} dx = \int \left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{4} + \frac{1}{4(2x - 1)} \right) dx = \\ &= \frac{1}{2} \int x dx + \frac{1}{4} \int dx + \frac{1}{4} \int \frac{dx}{2x - 1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{x^2}{2} + \frac{1}{4}x + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \int \frac{d(2x - 1)}{2x - 1} = \\ &= \frac{x^2}{4} + \frac{x}{4} + \frac{1}{8} \ln|2x - 1| + C. \end{aligned}$$

Студенты, изучающие программирование, должны владеть основными понятиями интегрального исчисления как с практической, так и с вычислительной стороны.

Основным элементом обучения программистов интегралам заключается в том, чтобы мотивировать их к изучению математики. Когда учащиеся не понимают практической ценности математических знаний, это может привести к снижению интереса к обучению. Применение различных программных средств в образовательный процесс в вузе должно способствовать развитию навыков практического мышления и повышению заинтересованности в изучении математики.

Успешное изучение раздела «Интегралы» в математическом анализе строится на интеграции полученных знаний, умений и навыков, которые формируются в процессе изучения предыдущих разделов данной дисциплины (функции, производная функции) [2].

Преподаватели высшей математики сталкиваются с проблемой развития тех же умений, характеризующих критическое и рефлексивное мышление студентов. Они опираются в значительной степени на специально подобранную систему задач, где каждое задание направлено для отработки математического материала и на развитие необходимых интеллектуальных умений.

Увеличение эффективности обучения и его практической направленности в значительной степени способствует решению практических задач. Необходимо, чтобы студенты осознали, как математические методы применяются в различных областях, в частности, в изучении программирования. Когда речь идет об интеграле, нужно понимать, что его определение изначально подается в абстрактной форме. В связи с этим, основная задача преподавателя заключается в том, чтобы конкретизировать материал, то есть помочь учащимся увидеть за математическими терминами конкретные образы и примеры. На данном этапе изучения темы, учащиеся могут получить большую поддержку от тщательно отобранных задач и примеров, которые помогут лучше усвоить материал.

Комплексная подготовка студентов в области программирования должна основываться на практическом использовании теоретических знаний. Во время процесса обучения необходимо, чтобы они могли автоматизировать процесс вычисления определенных и неопределенных интегралов путем разработки программ с использованием одного из языков программирования.

К примеру, студентам предлагаются элементарные задачи в форме контрольной и самостоятельной работы, коллоквиума, лабораторной работы, которые помогают закрепить основные понятия интегрирования. Эти упражнения направлены на усвоение фундаментальных принципов интегрирования и развитие навыков как аналитического, так и численного решения интегралов. В дополнение к решению конкретных математических задач, студенты также могут получить проектные задания, которые формируют коммуникативные компетенции, а также развивают самостоятельное, аналитическое, критическое и творческое мышление.

Будущие специалисты должны обладать достаточными основами в математическом образовании, чтобы осваивать и использовать разнообразные математические концепции и алгоритмы. Поэтому обучение интегралам студентов, изучающим программирование, требует особого педагогического подхода, который сочетает в себе как математические аспекты, так и аспекты программирования. Интегралы играют ключевую роль в математическом образовании и имеют практическое применение в программировании, численных методах, а также в анализе данных. Более того, использование программных средств для решения интегральных задач значительно повышает интерес студентов, что, в свою очередь, способствует лучшему усвоению материала. Такой подход не только повышает качество знаний, но также создает оптимальные условия для дальнейшего развития математического образования, критического мышления и раскрытия творческих способностей студентов.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Банах, С. Дифференциальное и интегральное исчисление / С. Банах. – 2-е изд. – Москва : Наука, 1966. – 437 с. – Текст : непосредственный.
2. Владимиров, А.Ф. Обновлённая методика преподавания темы «Неопределённый интеграл» / А.Ф. Владимиров. – Текст : непосредственный // Инновационные научно-технологические решения для АПК : Рязань, 20 апр. 2023 г. – Рязань : Рязанский государственный агротехнологический университет им. П.А. Костычева, 2023. – Ч. II. – С. 456-461. – Текст: непосредственный.
3. Высшая математика. Ч. II : учеб. пособие / В.И. Белоусова, Г.М. Ермакова, М.М. Михалева, Н.В. Чуксина, И.А. Шестакова. – Екатеринбург : Изд-во Уральского университета, 2017. – 300 с. – Текст : непосредственный.
4. Гончарова, О.Н. Связь теории с практикой в преподавании математики / О.Н. Гончарова, Е.А. Стус. – Текст : непосредственный // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2016. – № 44. – С. 12-17.
5. Жуковская, Т.В. Высшая математика. Интегральное исчисление и ряды : учеб. пособие / Т.В. Жуковская, Е.А. Молоканова, А.И. Урусов. – Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВО «ТГТУ», 2016. – 84 с. – Текст : непосредственный.
6. Зайцева, Н.В. Математический анализ. Интегральное исчисление функции одной переменной : учеб.-метод. пособие (для студентов пед. образования) / Н.В. Зайцева. – Казань : Казанский (Приволжский) федеральный университет, 2014. – 33 с. – Текст : непосредственный.
7. Марчук, Н.А. Методические особенности преподавания темы «Интеграл» / Н.А. Марчук, Н.К. Гульманов, А.А. Асетов. – Текст : непосредственный // International scientific review. – 2016. – № 3 (13). – С. 1-5.
8. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике : учеб. пособие. В 3 ч. Ч. 2 / А. П. Рябушко, В. В. Бархатов, В. В. Державец, И. Е. Юреть ; под общ. ред. А.П. Рябушко. – Минск : Выш. шк., 1991. – 352 с.: ил. – Текст : непосредственный.
9. Шаптала, В.О. Методические особенности преподавания темы «Интеграл и его приложения» / В.О. Шаптала. – Текст : непосредственный // Современный учитель дисциплин естественнонаучного цикла : сб. материалов Междунар. науч.-практ. конф.,

Ишим, 16 февр. 2018 г. / отв. ред. Т.С. Мамонтова. – Ишим : Издательство ИПИ им. П.П. Ершова (филиал) ТюмГУ, 2018. – С. 182-187. – Текст : непосредственный.

10. Яремко, Н.Н. Математическая подготовка программистов в формате смешанного обучения / Н.Н. Яремко, Н.Н. Авксентьева. – Текст : непосредственный // Преподаватель XXI век. – 2022. – № 4, ч.1. – С. 106-115.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ:

П. Е. Кед, студентка 3 курса, ФГБОУ ВО «Шадринский государственный педагогический университет», г. Шадринск, Россия, e-mail: polinaked6@gmail.com.

О. А. Кириллова, кандидат педагогических наук, доцент, доцент кафедры физико-математического и информационно-технологического образования, ФГБОУ ВО «Шадринский государственный педагогический университет», г. Шадринск, Россия, e-mail: 970013@mail.ru.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS:

P. E. Ked, 3th year Student, Shadrinsk State Pedagogical University, Shadrinsk, Russia, e-mail: polinaked6@gmail.com.

O. A. Kirillova, Ph. D. in Pedagogical Sciences, Associate Professor, Department of Physics, Mathematics and Information Technology Education, Shadrinsk State Pedagogical University, Shadrinsk, Russia, e-mail: 970013@mail.ru.