

УДК 378.016:51

**Полина Евгеньевна Кед**  
**Оксана Александровна Кириллова**  
г. Шадринск

### **Построение изображений пространственных геометрических фигур на плоскости**

В статье описываются причины неумения изображать геометрические фигуры. Также рассматриваются основные требования к изображению объемных фигур, такие как правильность изображения, наглядность и простота исполнения. В статье рассмотрено понятие чертеж и требования к нему. Особое внимание уделено свойствам параллельного проектирования, которые позволяют отображать пространственные фигуры на плоскости без искажения их геометрических свойств. Авторами описываются правила построений изображений плоских геометрических фигур. После в статье описываются этапы построения изображений пространственных геометрических фигур на плоскости. Данная статья будет полезна учащимся, которые желают улучшить свои знания в области стереометрии. Представлены правила изображения призмы, пирамиды, цилиндра, конуса и шара с поэтапным построением каждого элемента.

**Ключевые слова:** пространственные фигуры, чертеж, параллельное проектирование, требования к изображению, этапы построения.

**Polina Evgenievna Ked**  
**Oksana Alexandrovna Kirillova**  
Shadrinsk

### **Building images of spatial geometric shapes on a plane**

The article describes the reasons for the inability to depict geometric shapes. The basic image requirements for the image of three-dimensional shapes such as image correctness, clarity and simplicity of execution are also considered. The article discusses the concept of a drawing and its requirements. Special attention is paid to the properties of parallel design which make it possible to display spatial shapes on a plane without distorting their geometric properties. The authors describe the rules for constructing images of flat geometric shapes. After that, the article describes the stages of constructing images of spatial geometric shapes on a plane. This article will be useful for students who wish to improve their knowledge in the field of stereometry. The rules for the image of a prism, pyramid, cylinder, cone and ball with a step-by-step construction of each element are presented.

**Keywords:** spatial shapes, drawing, parallel design, image requirements, stages of construction.

Изучение основ изображения пространственных фигур в школьной программе начинается с 10 класса и охватывает весь курс планиметрии. Данный курс способствует развитию у старшеклассников пространственного мышления, а также помогает усвоить сложный курс данного предмета. Для решения стереометрических задач важное значение играет правильно построенный чертеж, что позволяет увидеть этапы решения.

Многие старшеклассники до учась до 10 класса недостаточно развили пространственное восприятие многих предметов, следствием чего является неумение представить в виде чертежа фигуру, описанную в задаче, а кроме этого, ограниченность урока так же приводит ко многим ошибкам, которые делают школьники [3, С. 1].

Развитие пространственное мышление позволяет старшеклассникам успешно усваивать курс стереометрии, поскольку они могут видеть, понимать и визуально представлять фигуры геометрии, что выражается в глубоких знаниях данного курса математики [8, С. 256].

Чертежом называют иллюстративный материал при объяснении новых понятий, который используют как наглядную опору при решении задач. Выполнение чертежа является ключевым этапом, т. к. это необходимо для правильного получения ответа на задание [10, С. 2].

При построении чертежа необходимо учитывать его размеры, т.е. рисунок должен быть достаточно большим. Также следует избегать чрезмерного усложнения чертежа и указывать числовые и буквенные значения линейных и угловых величин, которые были заданы в условии задачи или получены в процессе ее решения [10, С. 2].

Особое внимание на уроках следует уделять построению изображений пространственных фигур на плоскости. Учащимся часто бывает сложно понять, что изображено на чертеже, т.к. искажаются величины углов, длины отрезков и т.д. Для преодоления трудностей преподавателю необходимо давать пояснения к уже готовым рисункам в поэтапным изображением [10, С. 3].

Умения построения правильных стереометрических чертежей состоит во владении некоторым опытом восприятия моделей натурального происхождения и правил проекции геометрических тел, изучаемых в школе. Кроме того, школьникам необходимо знать этапы построения фигур, особенности расположения элементов фигур и уметь пользоваться чертежными инструментами [4, С. 9].

Начиная обучение построению пространственных фигур на бумаге, старшеклассников обязательно необходимо ознакомить со свойствами параллельного переноса, после чего можно формулировать требования, которые предъявляются к изображению объемных фигур, таких как правильность, наглядность, простота выполнения. [7, С. 381].

Первое требование будет выполнено, если изображение построено с учетом свойств параллельного проектирования.

Второе требование означает, что чертеж должен производить то же впечатление, что и изображение фигуры. Не верный чертеж не может быть наглядным. Наглядность проекционного чертежа существенно зависит от правильно выделенных видимых и невидимых линий. В соответствии с графическими нормами видимые линии строят сплошной, а невидимые – штриховой. Длина штриха в 3 раза больше расстояния между ними.

Третье требование достигается использованием пошаговых правил построения чертежей основных пространственных фигур.

К основным свойствам параллельного проектирования относят:

1. Проекция прямой является прямой.
2. Проекцией параллельных прямых являются две прямые или одна прямая.
3. Проекцией отрезка является отрезок.
4. В параллельном проектировании простое отношение трех точек сохраняется.
5. Параллельное проектирование сохраняет отношение длин параллельных отрезков, в частности отрезки, лежащие на одной прямой [1, С. 4].

Приведем примеры представления плоских фигур на бумаге средствами параллельного проектирования.

1. Луч при параллельном проектировании изображается лучом (рис. 1).

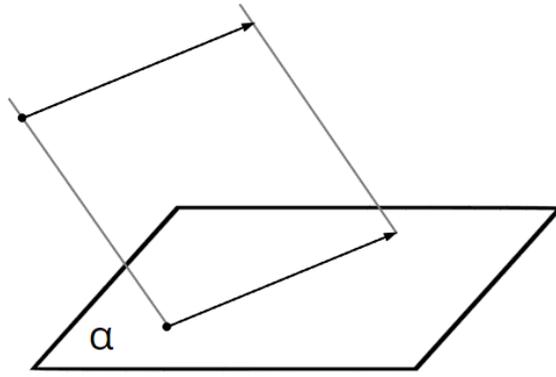


Рис. 1. Изображение луча

2. Отрезок изображается отрезком, при этом длина отрезка не сохраняется, а середина отрезка изображается его серединой (рис. 2).

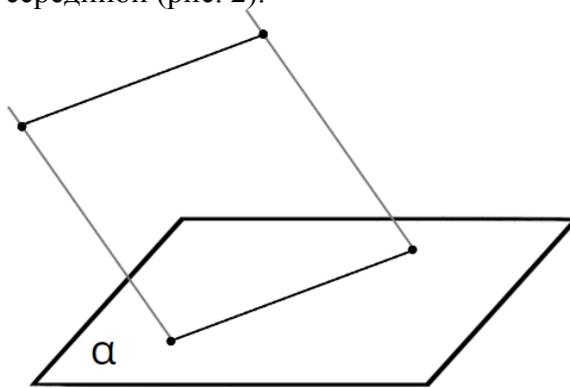


Рис. 2. Изображение отрезка

3. Угол изображается углом, но величина не сохраняется (рис. 3).

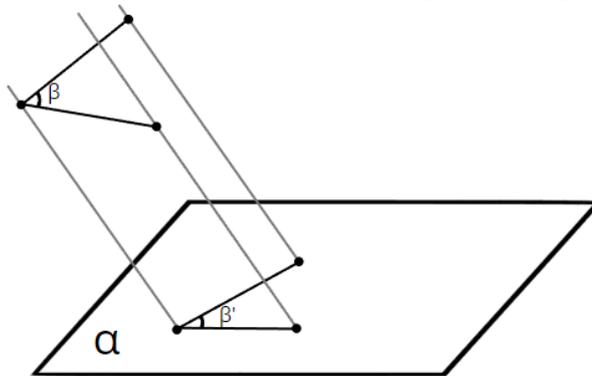


Рис. 3. Изображение угла

4. Любой треугольник может служить изображением данного треугольника (рис. 4).



Рис. 4. Изображение треугольника

5. На чертеже параллелограмм будет представлен произвольным параллелограммом (квадрат, ромб, прямоугольник) (рис. 5).

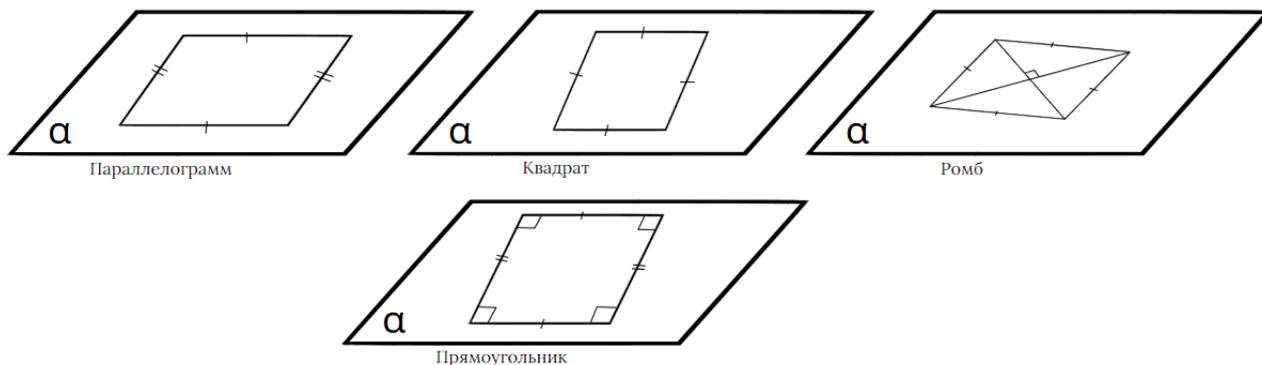


Рис. 5. Изображение параллелограмма (квадрата, ромба, прямоугольника)

6. На чертеже трапеция изображается трапецией (отношение оснований равно отношению оснований оригинала) (рис. 6).

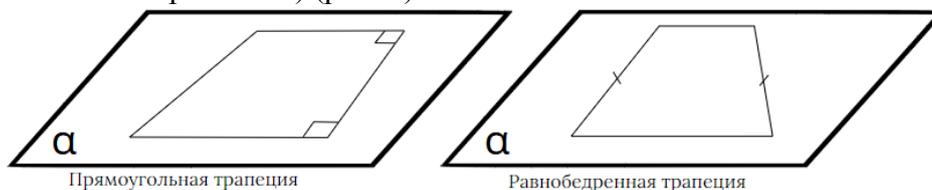


Рис. 6. Изображение трапеции

7. Высота и биссектриса треугольника не являются высотой и биссектрисой на изображении, а медиана и средняя линия треугольника остается медианой и средней линией (рис. 7).

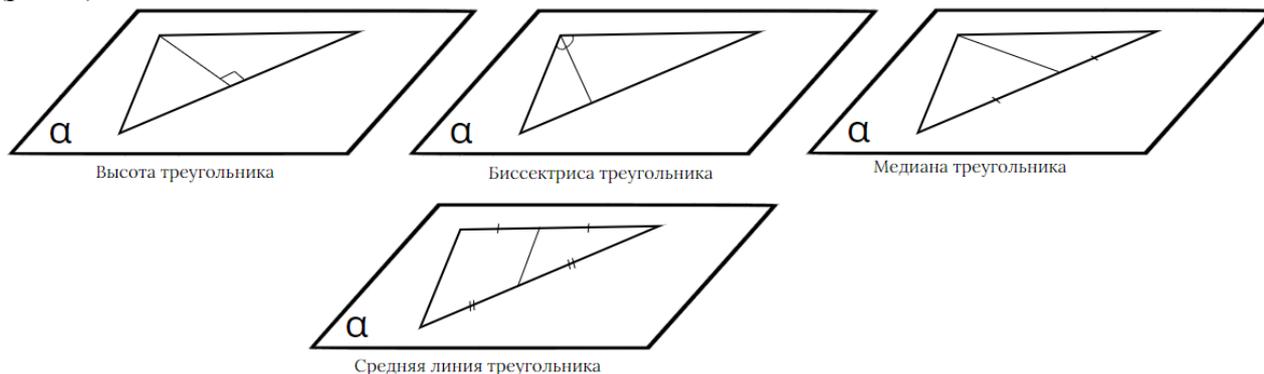


Рис. 7. Изображение высоты, биссектрисы, медианы и средней линии треугольника

8. Окружность изображается эллипсом. Перпендикулярные диаметры окружности являются сопряженными диаметрами эллипса. Каждый из них делит хорды, параллельные диаметру окружности и сопряженному диаметру эллипса, пополам (рис. 8) [5, С. 7-8].

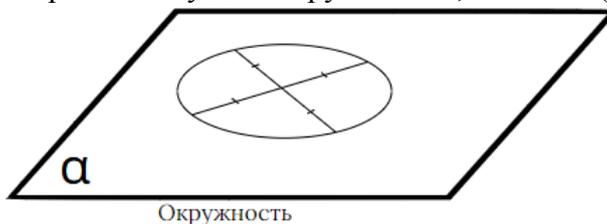


Рис. 8. Изображение окружности

Рассмотренные понятия, требования, свойства и изображения плоских фигур являются важным этапом изучения построения пространственных фигур на плоскости. Далее можно перейти к разбору этапов построения.

*Призма* – это фигура, являющаяся многогранником, у которого две грани равны и составляют его основания, соответствующие стороны которых параллельны, а остальные грани – параллелограммы, у каждого из которых две стороны являются соответственными сторонами оснований [9, С. 2].

Построение призмы состоит из следующих этапов:

1. Построение одного из оснований в виде произвольного параллелограмма: верхнего или нижнего.
2. Поскольку ребра призмы между собой параллельны, то строятся параллельные прямые, проходящие через вершины параллелограмма; после чего откладываются отрезки одинаковой длины.
3. Последовательно соединяются полученные точки.
4. Выделить пунктиром невидимые линии (рис. 9) [9, С. 3].

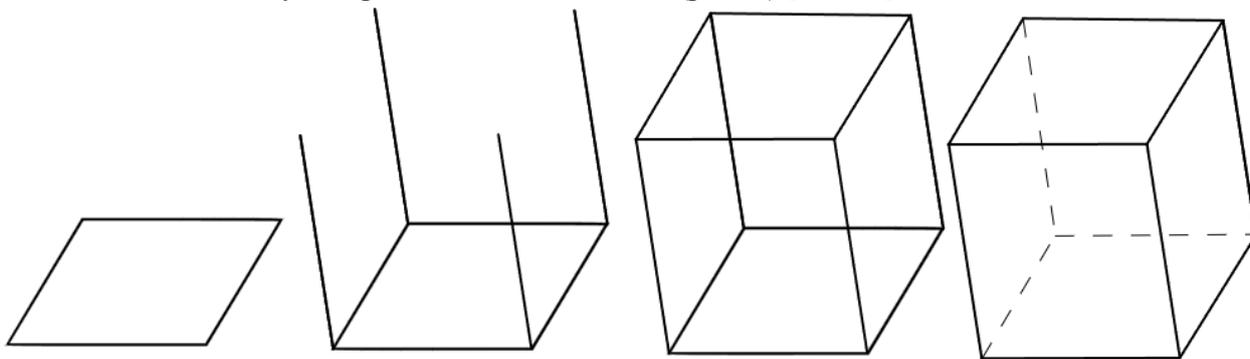


Рис. 9. Пошаговое построение призмы

*Пирамида* – это фигура, являющаяся многогранником, одна грань которого (основание) является каким-нибудь многоугольником, а остальные грани (боковые) – треугольники с общей вершиной [9, С. 3].

Построение пирамиды состоит из следующих этапов:

1. Построение основания пирамиды – многоугольник.
2. Вне построенного многоугольника выбрать в любом месте точку, являющуюся вершиной пирамиды, построить боковые ребра.
3. В случае, если по условию задачи задана высота в пирамиде, необходимо изобразить высоту, а на ней выбрать произвольную точку – вершину пирамиды.
4. Соединить вершины многоугольника с вершиной пирамиды.
5. Выделить пунктиром невидимые линии (рис. 10) [2, С. 37].

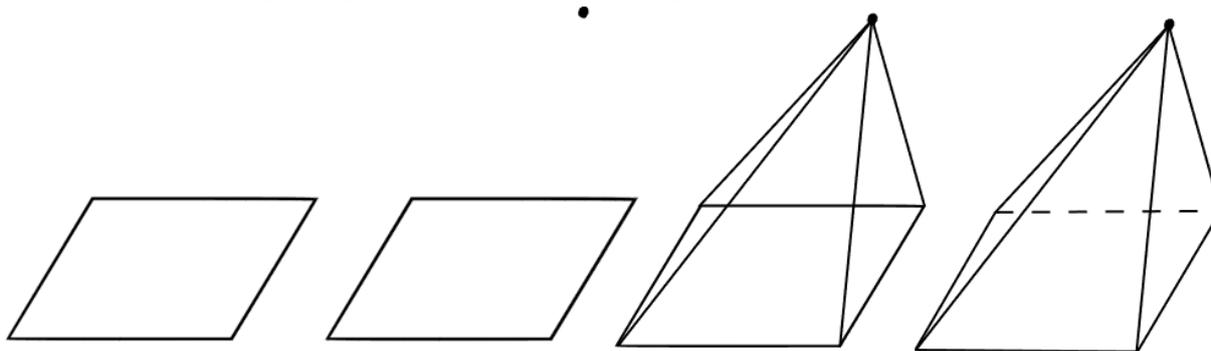


Рис. 10. Построение пирамиды

*Цилиндр* – это тело, которое ограничено цилиндрической поверхностью и двумя кругами (основаниями) [6, С. 89].

Этапы построения изображения цилиндра:

1. Построить основание (верхнее или нижнее), которое изображается эллипсом.
2. Построить ось цилиндра.
3. Построить второе основание (изображается эллипсом).
4. Построить контурные образующие, т. е. изображение образующих, которые отделяют видимую часть поверхности цилиндра от невидимой (являются касательными к эллипсу).
5. Выделить пунктиром невидимые линии (рис. 11) [2, С. 40].

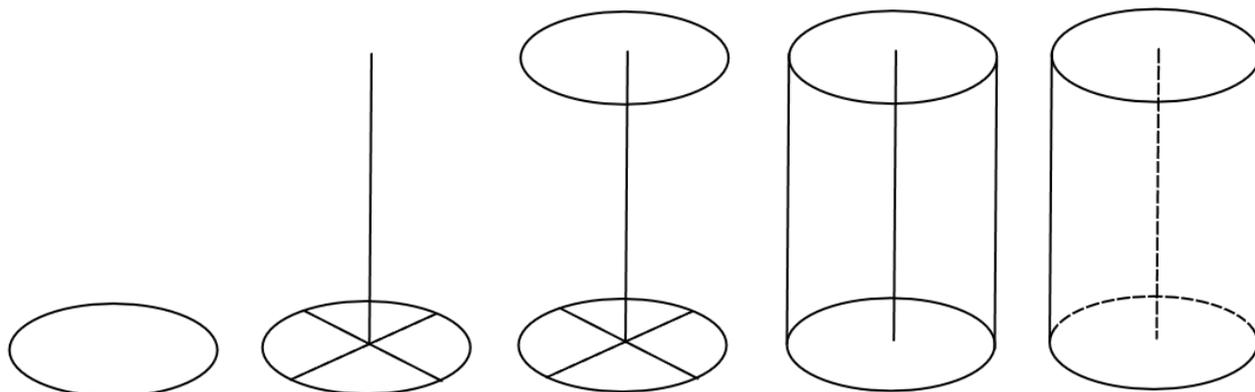


Рис. 11. Построение цилиндра

Конус – это тело, ограниченное конической поверхностью и кругом (основанием). (6, С. 94)

Этапы построения изображения конуса:

1. Построить основание конуса – эллипс.
2. Перпендикулярно основанию провести отрезок через его центр (высота конуса).
3. Из точки  $S$  провести к эллипсу касательные.
4. Выделить пунктиром невидимые линии (рис. 12) [2, С. 41-42].

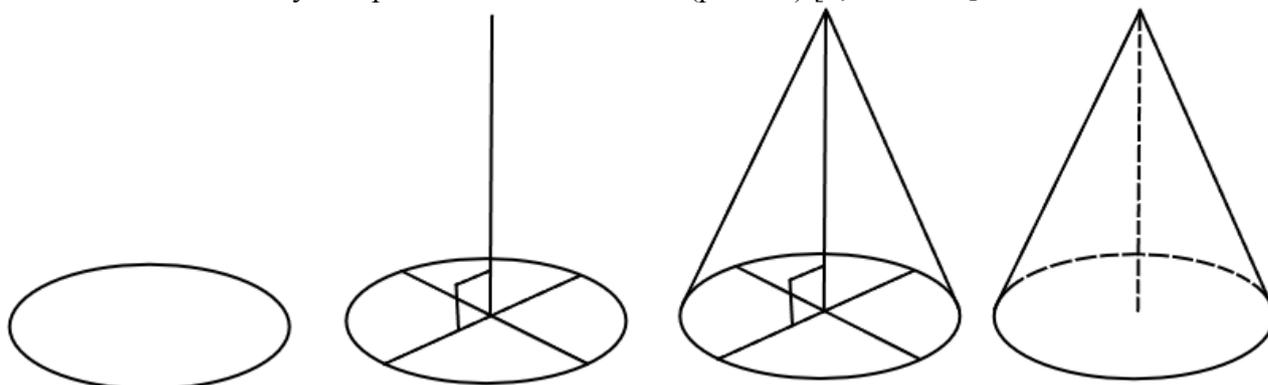


Рис. 12. Построение конуса

Шар – это множество точек пространства, которые находятся от данной точки на расстоянии, не большем заданного [6, С. 100].

Этапы построения шара:

1. Шар изображается в виде окружности того же радиуса.
2. Построить вертикальную ось шара.
3. Отметить полюсы, которые не лежат на окружности.
4. Изобразить экватор (эллипс).
5. Выделить пунктиром невидимые линии (рис. 13) [2, С. 42-43].

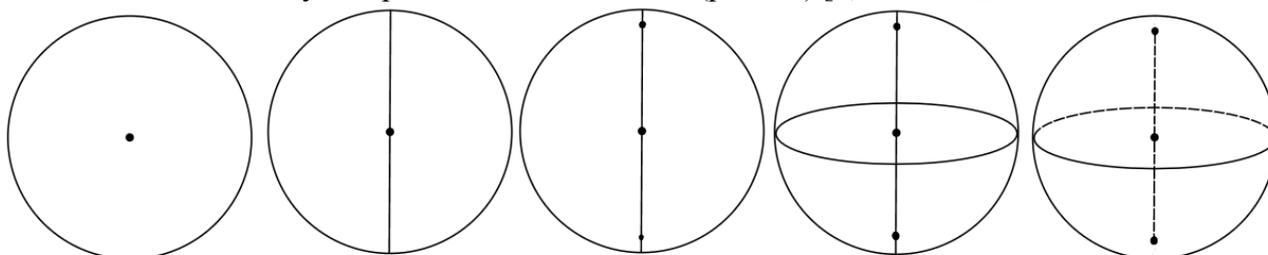


Рис. 13. Построение шара

В школьном курсе стереометрии важно научить учащихся правильному представлению геометрических фигур в пространстве и правильному использованию этих навыков для решения задач. Точное выполнение рисунка помогает ученику ясно увидеть, что

ему нужно найти, и предложить возможные пути решения задачи. Кроме того, правильное изображение способствует обеспечению необходимого уровня знаний и лучшему пониманию предмета стереометрии.

### СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Разумова, О.В. Геометрические построения в пространстве : учеб.-метод. пособие / О.В. Разумова, Е.Р. Садыкова. – Казань : Казан. ун-т, 2014. – 71 с. – Текст : непосредственный.
2. Горшкова, Л.С. Методы изображений : учеб. пособие для студентов и преподавателей пед. вузов / Л.С. Горшкова, М.В. Сергеечев ; Пензен. гос. пед. ун-т им. В.Г. Белинского. – Пенза, 2006. – 109 с. – Текст : непосредственный.
3. Добрица, В.П. Актуальные проблемы обучения изображению пространственных фигур в курсе геометрии / В. П. Добрица, Н. Н. Локтионова. – Текст : непосредственный // Ученые записки Курского государственного университета : электрон. науч. журн. – 2020. – № 1 (53). – С. 1-5.
4. Клековкин, Г.А. Изображение геометрических фигур в параллельной проекции : учеб. пособие для учащихся 10–11-х кл. / Г.А. Клековкин. – Самара : СФ ГАОУ ВО МГПУ, 2016. – 132 с. – Текст : непосредственный.
5. Болодурин, В.С. Изображение плоских и пространственных фигур на плоскости : учеб.-метод. пособие для учителей математики, студентов физ.-матем. фак. пед. вузов и учащихся старших кл. сред. шк. / В.С. Болодурин ; Оренб. гос. пед. ун-т. – Оренбург : Изд-во ОГПУ, 2016. – 48 с. : ил. – Текст : непосредственный.
6. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10-11 классы : учеб. для общеобразоват. организаций : базовый и углубл. уровни / Л. С. Атанасян [и др.]. – 7-е изд., перераб. и доп. – Москва : Просвещение, 2019. – 287 с. : ил. – (МГУ — школе). – Текст : непосредственный.
7. Методика обучения математике : учебник для вузов / Н.С. Подходова [и др.] ; под ред. Н.С. Подходовой, В.И. Снегуровой. – Москва : Юрайт, 2024. – 566 с. – (Высшее образование). – URL: <https://urait.ru/bcode/544959> (дата обращения: 19.05.2024). – Режим доступа: по подписке ЭБС «Юрайт». – Текст : электронный.
8. Методика преподавания математики в средней школе: частная методика : учеб. пособие для студентов пед. ин-тов по физ.-мат. спец. / А.Я. Блох, В.А. Гусев, Г.В. Дорофеев [и др.] ; сост. В.И. Мишин. – Москва : Просвещение, 1987. – 416 с.: ил. – Текст : непосредственный.
9. Параллельное проектирование и его свойства. – Текст : электронный // Кубанский государственный университет. Филиал в г. Славянске-на-Кубани : [сайт]. – URL: <https://sgpi.ru/user/-150/umk/%D0%9C%D0%B0%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%B8%D0%B0%D0%BB%20%D0%9B%D0%B5%D0%BA%D1%86%D0%B8%D1%8F%208.pdf> (дата обращения: 19.05.2024).
10. Сефибеков, С.Р. Правильный чертеж - залог успешного решения геометрической задачи / С. Р. Сефибеков. – Текст : непосредственный // Математика. Все для учителя!. – 2014. – № 3 (39). – С. 2-9.

### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ:

П.Е. Кед, студентка 3 курса, ФГБОУ ВО «Шадринский государственный педагогический университет», г. Шадринск, Россия, e-mail: [polinaked6@gmail.com](mailto:polinaked6@gmail.com).

О.А. Кириллова, кандидат педагогических наук, доцент кафедры физико-математического и информационно-технологического образования, ФГБОУ ВО «Шадринский государственный педагогический университет», г. Шадринск, Россия, e-mail: [970013@mail.ru](mailto:970013@mail.ru).

**INFORMATION ABOUT THE AUTHORS:**

P.E. Ked, 3<sup>th</sup> year Undergraduate Student, Shadrinsk State Pedagogical University, Shadrinsk, Russia, e-mail: polinaked6@gmail.com.

O.A. Kirillova, Ph. D. in Pedagogical Sciences, Associate Professor, Department of Physics, Mathematics and Information Technology Education, Shadrinsk State Pedagogical University, Shadrinsk, Russia, e-mail: 970013@mail.ru.